

PHYSICS SOLVER

# ΦΥΣΙΚΗ

Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ & ΑΣΚΗΣΕΙΣ

*αλλαθηματα.gr*

ΑΘΗΝΑ 2013

*1*

## ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

### 1. Κίνηση

- Η κίνηση ενός σώματος είναι μια έννοια σχετική και εξαρτάται από το σύστημα στο οποίο αναφερόμαστε.
- Ονομάζουμε τροχιά ενός σώματος που κινείται, το σύνολο των διαδοχικών θέσεων από τις οποίες διέρχεται κατά την κίνησή του. Αν η τροχιά αυτή σχηματίζει μια ευθεία γραμμή τότε η κίνηση ονομάζεται ευθύγραμμη, ενώ αν είναι καμπύλη ονομάζεται καμπυλόγραμμη.

### 2. Θέση ενός σώματος

- Αρκετές φορές θεωρούμε το κινούμενο σώμα ως ένα υλικό σημείο επειδή δεν μας ενδιαφέρουν οι διαστάσεις του. Τότε ονομάζουμε το σώμα αυτό σωματίο ή σημειακό αντικείμενο ή υλικό σημείο.
- Προσδιορισμός θέσης σώματος σε ευθεία γραμμή: Επιλέγουμε ένα σημείο της γραμμής και το ονομάζουμε σημείο αναφοράς. Αυτό το σημείο χωρίζει την ευθεία σε δύο ημιευθείες. Για να τις διακρίνουμε κάνουμε τη σύμβαση και συμβολίζουμε τη μια ως θετική (+) και την άλλη αρνητική (-). Για να προσδιορίσουμε τη θέση του σώματος πάνω στην ευθεία μετράμε την απόστασή του από το σημείο αναφοράς και με το πρόσημο + ή - προσδιορίζουμε σε ποιά ημιευθεία ανήκει σύμφωνα με τη σύμβασή μας.
- Προσδιορισμός θέσης σώματος στο επίπεδο: Ο προσδιορισμός της θέσης ενός σώματος στο επίπεδο γίνεται με τη χρήση των καρτεσιανών συντεταγμένων. Θεωρούμε ένα σύστημα αξόνων κάθετων μεταξύ τους και κατά σύμβαση συμβολίζουμε θετική και αρνητική κατεύθυνση σε καθέναν από αυτούς. Η θέση του σώματος καθορίζεται από ένα ζεύγος αριθμών  $(x,y)$ . Ο αριθμός  $x$  αποτελεί την προβολή του σημείου πάνω στον οριζόντιο άξονα και ονομάζεται τετμημένη, ενώ ο  $y$  αποτελεί την προβολή του σημείου στον κάθετο άξονα και ονομάζεται τεταγμένη.

- Τη θέση ενός σώματος μπορούμε να την παραστήσουμε με ένα διάνυσμα που έχει αρχή το σημείο αναφοράς και τέλος το σημείο που προσδιορίζει τη θέση του. Αυτό ονομάζεται διάνυσμα θέσης.

### 3. Η έννοια του χρόνου

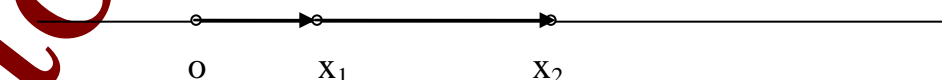
- Χρονική στιγμή ονομάζουμε την ένδειξη ενός ρολογιού ή ενός χρονομέτρου όταν το κινούμενο σώματιο διέρχεται από ένα συγκεκριμένο σημείο και συμβολίζεται με  $t$ . Το ότι το σώματιο τη συγκεκριμένη στιγμή βρέθηκε στο συγκεκριμένο σημείο το ονομάζουμε συμβάν ή γεγονός.
- Χρονική διάρκεια ονομάζουμε το χρονικό διάστημα το οποίο χρειάστηκε το κινούμενο σώματιο για να μεταβεί από ένα σημείο της τροχιάς του σε ένα άλλο.

→ Για παράδειγμα αν ένα κινούμενο σώματιο τη χρονική στιγμή  $t_1=1$  s βρίσκεται στο σημείο  $x_1=2$  m και τη χρονική στιγμή  $t_2=2$  s στο σημείο  $x_2=4$  m, τότε η χρονική διάρκεια για να φτάσει από το  $x_1$  στο  $x_2$  είναι  $\Delta t=t_2-t_1=1$  s.



### 4. Μετατόπιση ενός κινητού

- Μετατόπιση ενός κινητού ονομάζουμε την διαφορά ανάμεσα στην αρχική και την τελική του θέση. Αν για παράδειγμα ένα κινητό βρίσκεται αρχικά στη θέση  $x_1$  και μετατοπίζεται έως τη θέση  $x_2$  τότε το διάστημα  $x_1x_2$  παριστάνει την μετατόπιση του. Η μετατόπιση αυτή παριστάνεται με ένα διάνυσμα που έχει αρχή την αρχική θέση και τέλος την τελική θέση.



Η μετατόπιση μπορεί να υπολογιστεί και ως η διαφορά των διανυσμάτων θέσης της αρχικής και τελικής θέσης δηλαδή  $\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$ .

- Επίσης ονομάζουμε διάστημα την απόσταση την οποία έχει διανύσει το σωματίο κατά την κίνηση του.

→ Προσοχή: Διάστημα είναι η απόσταση που διάνυσε ως προς οποιαδήποτε φορά ενώ μετατόπιση η διαφορά αρχικής και τελικής θέσης.

## 5. Ταχύτητα

- Ταχύτητα ονομάζουμε το ρυθμό μεταβολής της θέσης, δηλαδή κατά πόσο αλλάζει η θέση ενός κινητού σε ένα χρονικό διάστημα προς το χρόνο αυτό. Αν είναι  $\Delta x$  η μετατόπιση του κινητού και αυτό συμβαίνει σε χρόνο  $\Delta t$  τότε η ταχύτητα ορίζεται ως εξής:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

ή

$$v = \frac{x}{t}$$

Όμως η ταχύτητα έχει διεύθυνση και φορά, δηλαδή πρέπει να ξέρουμε προς τα που κινείται ένα σωματίο, γι' αυτό είναι διανυσματικό μέγεθος. Το διάνυσμα της ταχύτητας έχει την ίδια διεύθυνση και φορά με εκείνο της μετατόπισης  $\Delta \vec{x}$ . Άρα έχουμε ότι:

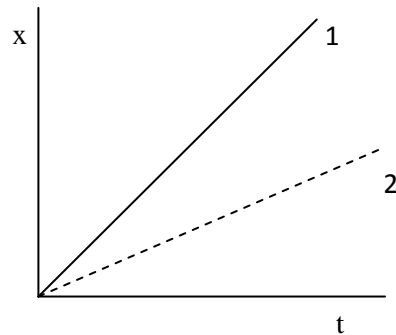
$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

- ✓ Η μονάδα μέτρησης της ταχύτητας στο S.I. είναι το 1 m/s.

- ❖ Όταν η ταχύτητα είναι σταθερή (λέμε τότε ότι το κινητό σε ίσους χρόνους διανύει ίσα διαστήματα) τότε η κίνηση του κινητού ονομάζεται **ευθύγραμμη ομαλή**.

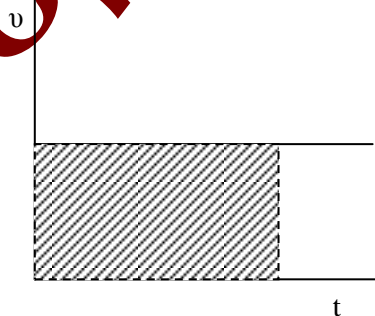
❖ Γραφικές παραστάσεις στην ομαλή κυκλική κίνηση.

→ Η γραφική παράσταση της μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου είναι μία ευθεία γραμμή η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων (είναι της μορφής  $y=ax$ ). Η εξίσωση της ευθείας είναι  $x=vt$  και ονομάζεται και εξίσωση κίνησης.



→ Έστω στο παραπάνω σχήμα οι γραφικές δυο κινητών 1, 2. Η ευθεία που παριστάνει το κινητό 1 έχει μεγαλύτερη κλίση από εκείνη για το 2. Αυτό σημαίνει ότι το κινητό 1 έχει μεγαλύτερη ταχύτητα (η ταχύτητα του αυξάνει πιο γρήγορα με το χρόνο απ' ότι στο 2).

→ Η γραφική παράσταση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου είναι μια ευθεία γραμμή παράλληλη στον άξονα του χρόνου. Το εμβαδό που περικλείεται από αυτή και τον άξονα χρόνου για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα μας δίνει τη μετατόπιση του κινητού.



## 6. Μέση και στιγμιαία ταχύτητα

- Όταν η ταχύτητα του κινητού δεν είναι σταθερή ή η κατεύθυνση της κίνησης δεν είναι μια ευθεία γραμμή τότε ορίζουμε την μέση ταχύτητα. Μέση ταχύτητα είναι η ταχύτητα που θα έπρεπε να είχε το κινητό για να καλύψει την ίδια απόσταση στον ίδιο χρόνο αν κινούταν ευθύγραμμα και ομαλά. Αν  $s$  το συνολικό διάστημα που διένυσε το κινητό και  $t$  ο χρόνος που χρειάστηκε τότε ισχύει ότι:

$$v = \frac{s}{t}$$

- Στιγμιαία ταχύτητα ονομάζεται το μέτρο της ταχύτητας μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Το ταχύμετρο των οχημάτων μας δείχνει την στιγμιαία ταχύτητα.

## 7. Επιτάχυνση

- Επιτάχυνση ονομάζουμε τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας, δηλαδή πόσο μεταβάλλεται η ταχύτητα και σε πόσο χρόνο συμβαίνει αυτό. Ορίζεται ως το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta v$  προς το χρόνο  $\Delta t$ .
- Όταν η επιτάχυνση είναι σταθερή ονομάζουμε την κίνηση **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη**. Η επιτάχυνση έχει διεύθυνση και φορά οπότε είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει κατεύθυνση όμοια με αυτή της μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta \vec{v}$ . Άρα ισχύει ότι:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

- ✓ Μονάδα μέτρησης της επιτάχυνσης στο S.I. είναι το  $1 \text{ m/s}^2$ .

Αν  $v_0$  η αρχική ταχύτητα,  $v$  η τελική αντίστοιχα και  $t$  το χρονικό διάστημα τότε έχουμε ότι:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \Rightarrow \vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}t \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

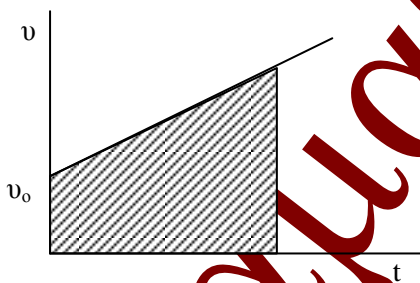
→ Αν η επιτάχυνση είναι θετική τότε η εξίσωση γίνεται:

$$v = v_0 + at$$

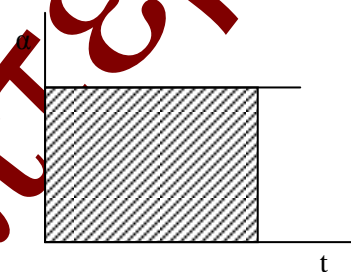
ενώ αν έχουμε αρνητική επιτάχυνση (επιβράδυνση) τότε γίνεται:

$$v = v_0 - at$$

→ Η γραφική παράσταση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου είναι ευθεία γραμμή που τέμνει τον άξονα των ταχυτήτων στην τιμή  $v_0$  (είναι της μορφής  $y=ax+\beta$ ). Έτσι και εδώ η κλίση της ευθείας μας δείχνει την επιτάχυνση.



→ Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου είναι ευθεία γραμμή παράλληλη στον άξονα του χρόνου.



→ Το εμβαδό που περικλείεται από την ευθεία και τον άξονα του χρόνου στο διάγραμμα επιτάχυνσης χρόνου μας δίνει το μέτρο της ταχύτητας που έχει αποκτήσει το κινητό εκείνη τη χρονική στιγμή.

→ Το εμβαδό στο διάγραμμα ταχύτητας χρόνου μας δίνει το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό.

Το εμβαδό του τραpezίου είναι:  $E = \Delta x = \frac{v + v_0}{2} t$

Όμως  $v = v_0 + at$  οπότε έχουμε:  $\Delta x = \frac{v_0 + at + v_0}{2} t$

Αν ονομάσουμε την μετατόπιση  $x$  τότε για την επιταχυνόμενη κίνηση έχουμε ότι:

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Αντίστοιχα στην επιβραδυνόμενη κίνηση έχουμε:

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$$

Οι τελευταίες δύο εξισώσεις ονομάζονται εξισώσεις της κίνησης του κινητού.

### Συνοπτικά

- Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

$$v = \text{σταθ} \quad x = vt$$

- Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

$$v = v_0 + at \quad x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

- Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση

$$v = v_0 - at \quad x = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$$



## ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένας ποδηλάτης στα πρώτα 10 s της κίνησής του διανύει 20 m, ενώ στα επόμενα 12 s διανύει 40 m. Στη συνέχεια κάνει μία στάση για 8 s και στα τελευταία 10 s διανύει 20 m. Να βρείτε τη μέση ταχύτητα του ποδηλάτη.

(Απ.  $v_{\mu}=2$  m/s)

2. Ένα φορτηγό που κινείται με ταχύτητα  $v_1=72$  km/h ξεκινάει από την πόλη Α και αφού διανύσει 144 km φτάνει στην πόλη Β. Μετά από μία στάση 2 h το φορτηγό ξεκινάει για την πόλη Γ όπου φτάνει μετά από 2 h κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $v_2=36$  km/h.

1) Να βρείτε τη μέση ταχύτητα του φορτηγού για τη διαδρομή (ΑΓ).

2) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα της ταχύτητας και του διαστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

(Απ. 1)  $v_{\mu}=36$  km/h)

3. Δύο αυτοκίνητα ξεκινάνε την ίδια χρονική στιγμή από δύο σημεία Α και Β του ίδιου ευθύγραμμου δρόμου, για να συναντηθούν, με ταχύτητες  $v_1=72$  km/h και  $v_2=108$  km/h, που έχουν αντίθετες φορές.

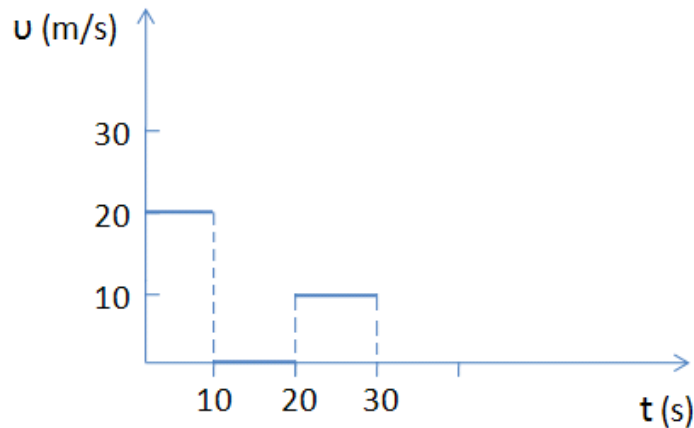
1) Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν τα δύο αυτοκίνητα και

2) σε ποιο σημείο,

αν είναι γνωστό ότι η απόσταση (ΑΒ) είναι ίση με 60 km.

(Απ. 1)  $t=\frac{1}{3}$  h=20 min, 2) 24 km από το Α)

4. Για ένα κινητό η ταχύτητα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα που ακολουθεί.



Να σχεδιάσετε το διάγραμμα  $S=f(t)$  και να βρείτε το ολικό διάστημα που διανύει το κινητό.

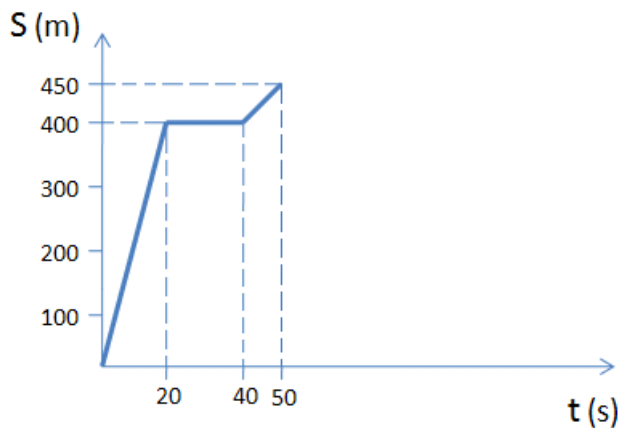
(Απ.  $S_{ολ}= 300 \text{ m}$ )

5. Δύο φανάρια βρίσκονται πάνω σε ευθύγραμμο δρόμο και απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $d$ . Δύο αυτοκίνητα που κινούνται με σταθερές ταχύτητες  $v_1=30 \text{ m/s}$  και  $v_2=10 \text{ m/s}$  περνούν ταυτόχρονα από το πρώτο φανάρι με την ίδια κατεύθυνση. Το δεύτερο αυτοκίνητο περνά από το δεύτερο φανάρι μετά από  $10 \text{ s}$  μετά από το πρώτο αυτοκίνητο.

- 1) Πόσο χρόνο χρειάστηκε το πρώτο αυτοκίνητο για να καλύψει την απόσταση των δύο φαναριών;
- 2) Πόσο απέχουν τα δύο φανάρια μεταξύ τους;
- 3) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για τα δύο αυτοκίνητα στο ίδιο σύστημα αξόνων.

(Απ. 1)  $t_1=5 \text{ s}$ , 2)  $d=150 \text{ m}$ )

6. Για ένα κινητό το διάστημα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Να σχεδιάσετε το διάγραμμα  $v=f(t)$  και να βρεθεί η μέση ταχύτητα του κινητού.

(Απ.  $v_{\mu}=9$  m/s)

7. Μπροστά από ακίνητο παρατηρητή, κάποια χρονική στιγμή περνάει ένα αυτοκίνητο με ταχύτητα  $v_1=60$  km/h. Μετά από 10 min περνάει ένα άλλο αυτοκίνητο με ταχύτητα  $v_2=90$  km/h. Να βρείτε πότε θα συναντηθούν τα δυο αυτοκίνητα και σε πόση απόσταση από τον παρατηρητή, όταν:

1) κινούνται με την ίδια φορά,

2) με αντίθετη φορά.

(Απ. 1)  $t=30$  min,  $S=30$  km, 2)  $t=6$  min,  $S=6$  km)

8. Δύο αυτοκίνητα ξεκινούν ταυτόχρονα από τα σημεία A και B μιας ευθύγραμμης διαδρομής μήκους  $(AB)=d=700\text{m}$  κινούμενα αντίθετα με ταχύτητες  $v_A=54\text{ km/h}$  και  $v_B=72\text{ km/h}$  αντίστοιχα.

- 1) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα συναντηθούν τα δύο κινητά.
- 2) Να υπολογίσετε την απόσταση από το σημείο A που θα συναντηθούν τα δύο κινητά.
- 3) Να σχεδιάσετε σε κοινά συστήματα αξόνων τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου και μετατόπισης-χρόνου.

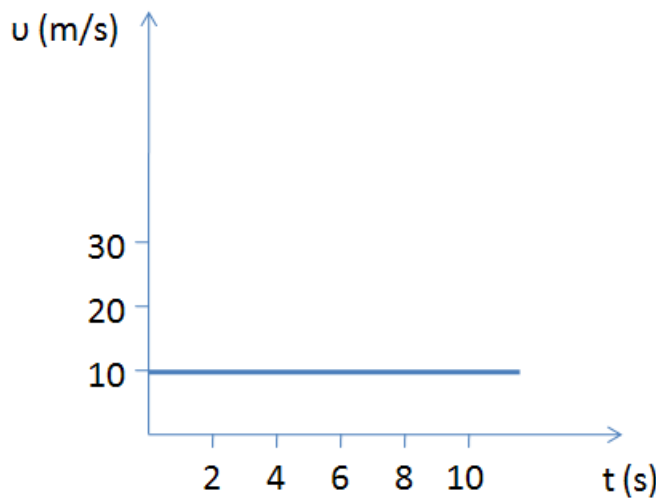
(Απ. 1)  $x=300\text{ m}$ , 2)  $t=20\text{ s}$ )

9. Ένας δρομέας μεγάλων αποστάσεων ξεκινάει από την πόλη A και κατευθύνεται στην πόλη B πεζός με  $v=10\text{ km/h}$ . Στο μέσο της διαδρομής ανεβαίνει σε όχημα που κινείται με  $v_1=20\text{ km/h}$  και φτάνει στην πόλη B μία ώρα νωρίτερα απ' ότι θα έφτανε αν συνέχιζε πεζός.

- 1) Να βρείτε τη μέση ταχύτητα του δρομέα.
- 2) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα του διαστήματος με τον χρόνο.

(Απ.  $v_{\mu}=\frac{40}{3}\text{ km/h}$ )

10. Η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας για ένα κινητό φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Να υπολογίσετε:

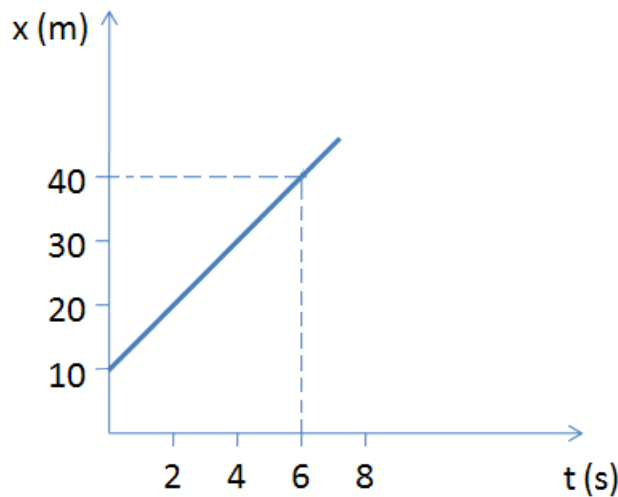
- 1) Την επιτάχυνση του κινητού.
- 2) Τη μέση ταχύτητα.
- 3) Την ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t=5$  s.
- 4) Τη μετατόπιση του κινητού στο χρονικό διάστημα (4-8) s.

(Απ. 1)  $0 \text{ m/s}^2$ , 2)  $10 \text{ m/s}$ , 3)  $10 \text{ m/s}$ , 4)  $40 \text{ m}$ )

11. Δύο ποδηλάτες  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  ξεκινούν ταυτόχρονα από δύο πόλεις A και B που απέχουν  $(AB)=60 \text{ km}$ , κινούμενοι αντίθετα. Αν οι ποδηλάτες συναντιούνται μετά από μια ώρα και ο  $\Pi_2$  φτάνει στην πόλη A  $1.5 \text{ h}$  μετά από την άφιξη του  $\Pi_1$  στην πόλη B, να βρείτε τις ταχύτητές τους.

(Απ.  $v_1=40 \text{ km/h}$ ,  $v_2=20 \text{ km/h}$ )

12. Η εξίσωση κίνησης ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα παριστάνεται γραφικά όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- 1) Τι είδους κίνηση εκτελεί το κινητό;
  - 2) Να βρείτε ποιες είναι οι τιμές της αρχικής θέσης και της ταχύτητας.
  - 3) Να βρείτε την τιμή της θέσης του κινητού τη χρονική στιγμή  $t=4$  s.
- (Απ. 2)  $x_0=10$  m,  $v_0=5$  m/s, 3)  $x=30$  m)

13. Ένα αεροπλάνο μέσα σε χρόνο  $t=20$  s από τη στιγμή που ξεκινάει αποκτά ταχύτητα  $v=60$  m/s η οποία είναι αρκετή για να απογειωθεί.

- 1) Να βρείτε την επιτάχυνση της κίνησης του αεροπλάνου.
- 2) Το ελάχιστο μήκος του διαδρόμου που χρειάζεται για να απογειωθεί.

(Απ. 1)  $a=3$  m/s<sup>2</sup>, 2)  $S= 600$  m)

14. Για ένα κινητό την χρονική στιγμή  $t=0$  η ταχύτητά του είναι μηδέν και την χρονική στιγμή  $t=8$  s είναι  $v=40$  m/s. Αν το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, τότε να βρείτε:

- 1) Την επιτάχυνση  $a$ .
- 2) Το διάστημα  $S$  που διέτρεξε σε χρόνο  $t=8$  s.

(Απ. 1)  $a=5$  m/s<sup>2</sup>, 2)  $S=160$  m)

15. Η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου αυξάνει από  $v_1=5$  m/s σε  $v_2=20$  m/s, αφού διατρέξει διάστημα  $S=37,5$  m.

- 1) Να βρείτε την επιτάχυνση  $a$  του αυτοκινήτου.
- 2) Να βρείτε το χρόνο  $t$  μέσα στον οποίο έγινε αυτή η μεταβολή της ταχύτητας.

(Απ. 1)  $a=5$  m/s<sup>2</sup>, 2)  $t=3$  s)

16. Ένα όχημα που κινείται ευθύγραμμα με  $v_0=10$  m/s επιταχύνεται ομαλά και σε χρόνο  $t=10$  s διανύει διάστημα  $S=200$  m. Να βρείτε:

- 1) Την επιτάχυνση  $a$  του οχήματος.
- 2) Την τελική του ταχύτητα.

(Απ. 1)  $a=2$  m/s<sup>2</sup>, 2)  $v=30$  m/s)

17. Έστω ότι ένα κινητό χωρίς αρχική ταχύτητα και με επιτάχυνση  $a=5 \text{ m/s}^2$  διανύει διάστημα  $S=40 \text{ m}$ , στη διάρκεια των 2 τελευταίων δευτερολέπτων της κίνησής του. Να υπολογίσετε το ολικό διάστημα που διέτρεξε.

(Απ.  $S_{\text{ολ}}=62.5 \text{ m}$ )

18. Ένα κινητό που ξεκινάει από την ηρεμία εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με  $a=4 \text{ m/s}^2$ .

1) Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο  $t_1$  θα αποκτήσει ταχύτητα  $v_1=20 \text{ m/s}$ .

2) Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που απέκτησε ταχύτητα  $v_1$  το κινητό έχει διατρέξει διάστημα τριπλάσιο του διαστήματος που διέτρεξε στο χρόνο  $t_1$ .

(Απ. 1)  $t_1=5 \text{ s}$ , 2)  $t_2=5 \text{ s}$ )

19. Ένα κινητό ξεκινάει από την ηρεμία και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a_1=2 \text{ m/s}^2$  για χρόνο  $t_1=10 \text{ s}$ . Στη συνέχεια για χρόνο  $t_2=20 \text{ s}$  κινείται με επιτάχυνση  $a_2=1 \text{ m/s}^2$ .

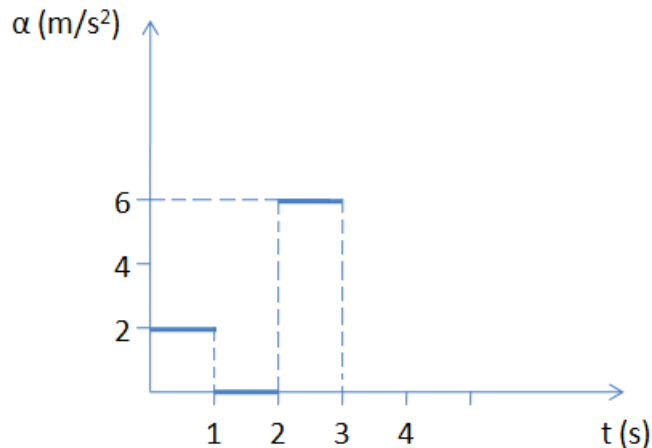
1) Να βρείτε το συνολικό διάστημα που διέτρεξε το κινητό.

2) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης με το χρόνο.

(Απ. 1)  $S_{\text{ολ}}=700 \text{ m}$ )



20. Ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα χωρίς αρχική ταχύτητα επιταχύνεται με επιτάχυνση που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



1) Να βρείτε το συνολικό διάστημα που διετράξε το κινητό.

2) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και του διαστήματος με το χρόνο.

(Απ. 1)  $S_{ολ}=8$  m)

21. Από τα άκρα A και B ενός ευθύγραμμου τμήματος AB ξεκινούν από την ηρεμία δύο κινητά, με επιταχύνσεις  $\alpha_1=1$  m/s<sup>2</sup> και  $\alpha_2=2$  m/s<sup>2</sup> τις χρονικές στιγμές  $t_1=0$  και  $t_2=2$  s αντίστοιχα, με αντίθετες φορές κίνησης. Τα δύο κινητά συναντιούνται σ' ένα σημείο που απέχει 8 m από το άκρο A. Να βρείτε το μήκος (AB).

(Απ. (AB)=12 m)

22. Ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα  $v=20 \text{ m/s}$  επιταχύνεται με επιτάχυνση  $a=5 \text{ m/s}^2$ . 1) Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο  $t$  θα διπλασιασθεί η ταχύτητά του και 2) πόσο διάστημα θα διατρέξει.

(Απ. 1)  $t=4 \text{ s}$ , 2)  $S_{\text{ολ}}=120 \text{ m}$ )

23. Κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του διανύει τα 0.19 του συνολικού διαστήματος. Να βρείτε τον ολικό χρόνο της κίνησής του.

(Απ.  $t_{\text{ολ}}=10 \text{ s}$ )

24. Τα φρένα ενός τρένου μπορούν να δημιουργήσουν επιβράδυνση με μέτρο ίσο με  $1 \text{ m/s}^2$ . Αν το τρένο κινείται με ταχύτητα μέτρου  $25 \text{ m/s}$ , σε πόση απόσταση από το σταθμό πρέπει να εφαρμοστούν τα φρένα, για να σταματήσει το τρένο ακριβώς σε αυτόν;

(Απ.  $x=312.5 \text{ m}$ )

25. Ένα αυτοκίνητο που ξεκινάει από την ηρεμία κινείται με σταθερή επιτάχυνση, οπότε κατά τη διάρκεια του δωδέκατου δευτερολέπτου της κίνησής του μετατοπίζεται κατά  $46 \text{ m}$ . Να υπολογίσετε:

1) Την τιμή της επιτάχυνσης του αυτοκινήτου.

2) Τη μετατόπιση κατά τη διάρκεια των τεσσάρων πρώτων δευτερολέπτων της κίνησης.

(Απ. 1)  $a=4 \text{ m/s}^2$ , 2)  $x=32 \text{ m}$ )

26. Ένα όχημα που κινείται ευθύγραμμα περνάει διαδοχικά από δύο σημεία A, B σε χρόνο  $t=2$  s. Αν  $AB=90$  m και η ταχύτητά του στο B είναι  $v_B=40$  m/s να βρείτε την ταχύτητά του στο A.

(Απ.  $v_A=50$  m/s)

27. Ένα αυτοκίνητο κινείται σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα μέτρου  $v_0=72$  km/h. Ξαφνικά σε απόσταση 50 m ο οδηγός βλέπει εμπόδιο. Ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι  $t_1=0.7$  s (ο χρόνος από τη στιγμή που βλέπει το εμπόδιο μέχρι να πατήσει το φρένο). Να εξετάσετε αν αποφεύγεται η σύγκρουση του αυτοκινήτου με το εμπόδιο όταν είναι γνωστό ότι η επιβράδυνση που προκαλούν τα φρένα είναι  $10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ. Η σύγκρουση αποφεύγεται)

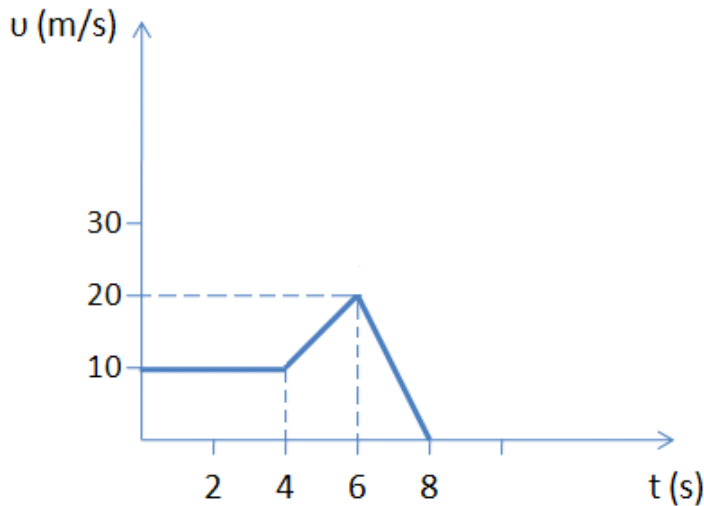
28. Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_0=10$  m/s και ο οδηγός κάνοντας χρήση των φρένων προκαλεί στο αυτοκίνητο σταθερή επιβράδυνση ίση με  $2$  m/s<sup>2</sup>.

1) Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο η ταχύτητα του αυτοκινήτου θα υποδιπλασιαστεί και πόσο θα έχει διανύσει στο χρόνο αυτό.

2) Να βρείτε για πόσο χρόνο θα κινηθεί το αυτοκίνητο με τη σταθερή αυτή επιβράδυνση και πόσο διάστημα θα διανύσει.

(Απ. 1)  $t=2.5$  s,  $x=18.75$  m 2)  $t'=5$  s,  $x'=25$  m)

29. Για ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα η ταχύτητά του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



- 1) Να περιγράψετε την κίνηση του κινητού.
- 2) Να βρείτε το συνολικό διάστημα που διανύει το κινητό.
- 3) Να βρείτε τους ρυθμούς μεταβολής της ταχύτητας τις χρονικές στιγμές  $t_1=2$  s,  $t_2=5$  s και  $t_3=7$  s.

(Απ. 2)  $S_{\text{ολ}}=90$  m, 3)  $a_1=0$  m/s<sup>2</sup>,  $a_2=5$  m/s<sup>2</sup>,  $a_3=-10$  m/s<sup>2</sup>)

30. Ένα κινητό ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση που είναι ίση με  $a_1=1$  m/s<sup>2</sup> μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα  $v=10$  m/s. Στη συνέχεια κινείται με σταθερή ταχύτητα και μετά επιβραδύνεται με σταθερή επιτάχυνση που είναι ίση με  $a_2=5$  m/s<sup>2</sup> μέχρι να σταματήσει. Αν το συνολικό διάστημα που διανύει είναι  $S=100$  m τότε να υπολογίσετε τον ολικό χρόνο κίνησής του.

(Απ.  $t_{\text{ολ}}=16$  s)

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ

### 1. Η δύναμη

- Γενικά μια δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα είναι δυνατό να το παραμορφώσει, να το σταματήσει όταν κινείται, να το κινήσει όταν είναι ακίνητο ή να του αλλάξει την κίνηση όταν κινείται.

→ Η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος δηλαδή για τον προσδιορισμό της απαιτείται να γνωρίζουμε την κατεύθυνσή της (διεύθυνση και φορά) και την τιμή της.

- ✓ Η μονάδα μέτρησης της δύναμης στο S.I. είναι το 1 N (1 Newton).

→ Μια δύναμη μπορεί να μετρηθεί με το ζυγό ελατηρίου ή με το δυναμόμετρο.

### 2. Σύνθεση δυνάμεων

- Συνισταμένη δύο ή περισσότερων δυνάμεων, οι οποίες ενεργούν ταυτόχρονα σ' ένα υλικό σημείο, ονομάζουμε την δύναμη η οποία επιφέρει τα ίδια μηχανικά αποτελέσματα που φέρνουν όλες μαζί οι δυνάμεις.

→ Η συνισταμένη δύναμη ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

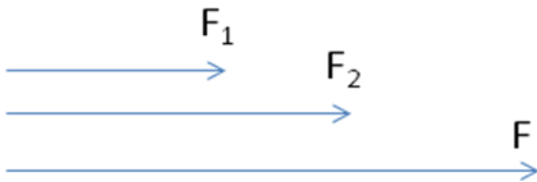
Η διαδικασία αντικατάστασης δύο ή περισσότερων δυνάμεων με την συνισταμένη τους λέγεται σύνθεση δυνάμεων.

- Δυνάμεις με την ίδια διεύθυνση:
- ✓ Όταν δυο δυνάμεις έχουν την ίδια διεύθυνση και φορά τότε η συνισταμένη δύναμη  $\vec{F}$  έχει:

Μέτρο:  $F = F_1 + F_2$

Διεύθυνση: των δυνάμεων

Φορά: των δυνάμεων



- ✓ Όταν δυο δυνάμεις έχουν την ίδια διεύθυνση και αντίθετες φορές τότε η συνισταμένη δύναμη  $\vec{F}$  έχει:

Μέτρο:  $F = F_1 - F_2$

Διεύθυνση: των δυνάμεων

Φορά: της μεγαλύτερης



### 3. Δυναμική

- Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα ή ηρεμεί ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

→ Η παραπάνω πρόταση αποτελεί τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα.

- Όταν σ' ένα σώμα μάζας  $m$  ασκείται δύναμη  $\vec{F}$  τότε αυτό κινείται με επιτάχυνση  $\vec{a}$  που έχει την διεύθυνση και τη φορά της δύναμης και ισχύει ότι:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

→ Η παραπάνω πρόταση αποτελεί τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής ή δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

- Η έννοια του βάρους

Όπως είναι γνωστό όταν αφήσουμε ένα σώμα να πέσει ελεύθερα, πέφτει με την επιτάχυνση της βαρύτητας  $\rightarrow g=9.81 \text{ m/s}^2$ . Επειδή το σώμα έχει επιτάχυνση θα ενεργεί σ' αυτό μια δύναμη που το έλκει προς τη Γη. Την δύναμη αυτή την ονομάζουμε βάρος και τη συμβολίζουμε με  $\vec{B}$ . Έχουμε ότι:

$$\vec{B} = m\vec{g}$$

### 4. Η ελεύθερη πτώση των σωμάτων

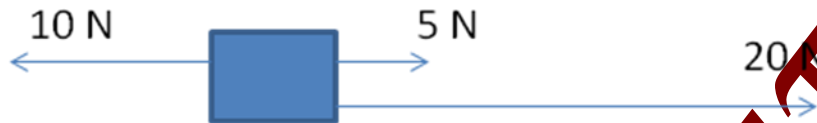
- Αν στις σχέσεις που περιγράφουν την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση θέσουμε  $v_0=0$  και  $a=g$  τότε παίρνουμε τις εξισώσεις:

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{και} \quad v = gt$$

→ Οι παραπάνω σχέσεις περιγράφουν την ελεύθερη πτώση ενός σώματος, που αφήνεται από την ηρεμία.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται ένα σώμα και οι δυνάμεις που δέχεται. Να υπολογίσετε τη συνισταμένη δύναμη σε τιμή και κατεύθυνση.



(Απ.  $F=15\text{ N}$ )

2. Ένα σώμα μάζας  $m=1\text{ kg}$  κινείται με ταχύτητα  $v_0=10\text{ m/s}$ . Στο σώμα ενεργεί κατά τη διεύθυνση της ταχύτητας σταθερή δύναμη  $F$  που σε χρόνο  $t=4\text{ s}$  αυξάνει την ταχύτητα σε  $v=50\text{ m/s}$ . Να βρείτε τη δύναμη  $F$ .

(Απ.  $F=10\text{ N}$ )

3. Σε ένα σώμα μάζας  $m=25\text{ kg}$  ασκείται δύναμη  $F=50\text{ N}$ .

1) Να βρείτε την επιτάχυνση  $a$  που αποκτάει το σώμα.

2) Να βρείτε το χρόνο που χρειάζεται το σώμα για να διατρέξει διάστημα  $S=64\text{ m}$  από τη στιγμή που αρχίζει να ασκείται σε αυτό η  $F$ .

(Απ. 1)  $a=2\text{ m/s}^2$ , 2)  $t=8\text{ s}$ )

4. Να βρείτε ποια δύναμη πρέπει να ασκήσουμε σε ένα σώμα με μάζα  $m=5\text{ kg}$  που κινείται με ταχύτητα  $v=20\text{ m/s}$ , ώστε αυτό να σταματήσει σε χρόνο  $t=0.5\text{ s}$ .

(Απ.  $F=200\text{ N}$ )



5. Μια δύναμη  $F$  ασκείται πάνω σε ένα σώμα μάζας  $m=8$  kg και σε χρόνο  $t=3$  s ελαττώνει την ταχύτητα του σώματος από  $v_1=10$  m/s σε  $v_2=1$  m/s. Να βρείτε τη δύναμη  $F$ .

(Απ.  $F=24$  N με φορά αντίθετη της κίνησης)

6. Ένα σώμα μάζας  $m=1$  kg κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_0$  πάνω σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Ξαφνικά στο σώμα ασκείται μια οριζόντια δύναμη  $F=0.2$  N, που μετά από 16 s το ξαναφέρει στο σημείο που βρισκόταν, την στιγμή που άρχισε να ασκείται σε αυτό η δύναμη  $F$ . Να βρείτε την αρχική ταχύτητα  $v_0$  του σώματος.

(Απ.  $v_0=1.6$  m/s)

7. Έστω ότι ένα αυτοκίνητο το οποίο έχει μάζα  $m=1500$  kg κινείται με ταχύτητα  $v=15$  m/s. Αν η αντίσταση του αέρα είναι ίση με  $F_{αερ}=1000$  N τότε να βρείτε ποια είναι η πρόσθετη δύναμη επιβράδυνσης  $F$  που πρέπει να ασκήσουμε με τα φρένα για να σταματήσει το αυτοκίνητο σε απόσταση  $S=50$  m.

(Απ.  $F=2375$  N)

8. Σε ένα σώμα μάζας  $m=6$  kg που βρίσκεται σε ηρεμία ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $F_1=24$  N για χρόνο  $t_1=5$  s. Στη συνέχεια μαζί με την  $F_1$  ασκείται στο σώμα δύναμη  $F_2$ , αντίθετης φοράς της  $F_1$ , για χρόνο  $t_2=10$  s, οπότε τελικά το σώμα αποκτάει ταχύτητα  $v=30$  m/s.

1) Να βρείτε την  $F_2$ .

2) Να βρείτε το ολικό διάστημα που διανύει το σώμα.

(Απ. 1)  $F_2=18$  N, 2)  $S_{ολ}=300$  m)

9. Ένα σώμα αφήνεται να πέσει χωρίς αρχική ταχύτητα από ένα ύψος  $h$ . Το σώμα φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο  $t=4$  s από τη στιγμή που το αφήσαμε. Αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα τότε να βρείτε:

- 1) Από ποιο ύψος αφήσαμε το σώμα.
- 2) Ποια ταχύτητα είχε το σώμα όταν έφθασε στο έδαφος.

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ. 1)  $h=80$  m, 2)  $v=40$  m/s)

10. Από την άκρη ενός πηγαδιού το οποίο έχει βάθος  $h=20$  m αφήνουμε να πέσει μια πέτρα. Να βρείτε πόσος χρόνος περνάει από τη στιγμή που αφήνουμε την πέτρα μέχρι τη στιγμή που ακούμε τον ήχο που κάνει όταν χτυπάει στο νερό.

Δίνονται ότι:  $v_{\text{ηχ}}=340$  m/s και  $g=10$  m/s<sup>2</sup>

(Απ.  $t \approx 2.06$  s)

11. Αφήνουμε μια πέτρα να πέσει από μια γέφυρα και παρατηρούμε ότι αυτή φτάνει στο έδαφος μετά από 6 s. Να υπολογίσετε:

- 1) Την ταχύτητα της σφαίρας όταν αυτή φτάνει στο έδαφος.
- 2) Το ύψος της γέφυρας.

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ. 1)  $v=60$  m/s, 2)  $h=180$  m)

12. Από την άκρη ενός πηγαδιού αφήνουμε να πέσει μια πέτρα. Μετά από χρόνο  $t=9.25$  s την ακούμε να χτυπάει στο νερό. Να βρείτε πόσο είναι το βάθος του πηγαδιού όταν είναι γνωστό ότι η ταχύτητα του ήχου είναι  $340$  m/s και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ.  $h=340$  m)

13. Από ένα ύψος  $h=180$  m αφήνουμε μια πέτρα και μετά από χρόνο  $2$  s αφήνουμε από το ίδιο ύψος μία δεύτερη πέτρα. Να βρείτε πόσο θα απέχει η δεύτερη πέτρα από το έδαφος όταν η πρώτη φτάνει στο έδαφος.

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ.  $h=100$  m)

14. Έστω δύο σώματα A και B που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφη και απέχουν μεταξύ τους  $105$  m. Πρώτα αφήνουμε ελεύθερο να πέσει το σώμα A που βρίσκεται πιο ψηλά και ύστερα από χρόνο  $3$  s αφήνουμε το σώμα B. Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν τα δύο σώματα.

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ.  $t=5$  s)

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

### 1. Νόμος Δράσης-Αντίδρασης

- Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη  $\vec{F}$  στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη  $-\vec{F}$  στο πρώτο.

→ Η παραπάνω διατύπωση αποτελεί το νόμο Δράσης-Αντίδρασης

### 2. Κατηγορίες δυνάμεων

- Δυνάμεις από επαφή

1. Τριβή
2. Τάση νήματος (Η δύναμη που δέχεται ένα σώμα από τεντωμένο νήμα στο άκρο του οποίου είναι δεμένο).
3. Η δύναμη ελατηρίου (Η δύναμη που δέχεται ένα σώμα από παραμορφωμένο ελατήριο).
4. Η κάθετη δύναμη που ασκείται στο σώμα από την επιφάνεια στην οποία αυτό ισορροπεί.
5. Η άνωση που δέχεται ένα σώμα από το υγρό μέσα στο οποίο είναι βυθισμένο.
6. Η αντίσταση του αέρα που δέχεται ένα σώμα όταν κινείται.

- Δυνάμεις από απόσταση

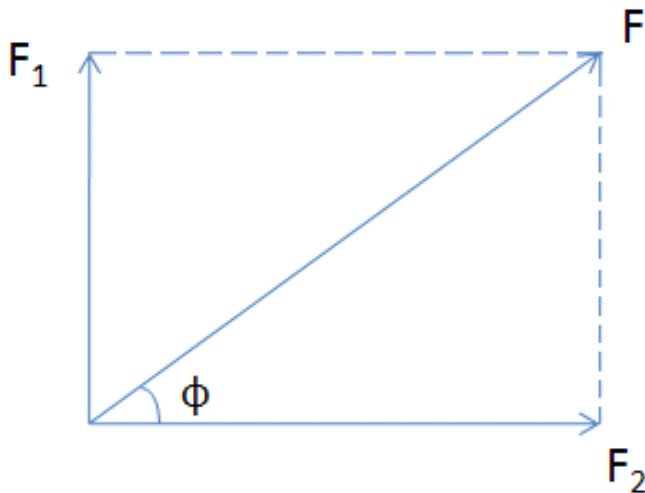
1. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ ηλεκτρικά φορτισμένων σωμάτων.
2. Οι δυνάμεις μεταξύ μαγνητών.
3. Οι δυνάμεις λόγω βαρύτητας.

### 3. Σύνθεση δυνάμεων στο επίπεδο

- Δυνάμεις με διευθύνσεις κάθετες:
- ✓ Όταν οι διευθύνσεις δυο δυνάμεων είναι κάθετες μεταξύ τους τότε η συνισταμένη δύναμη  $\vec{F}$  έχει:

$$\text{Μέτρο: } F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

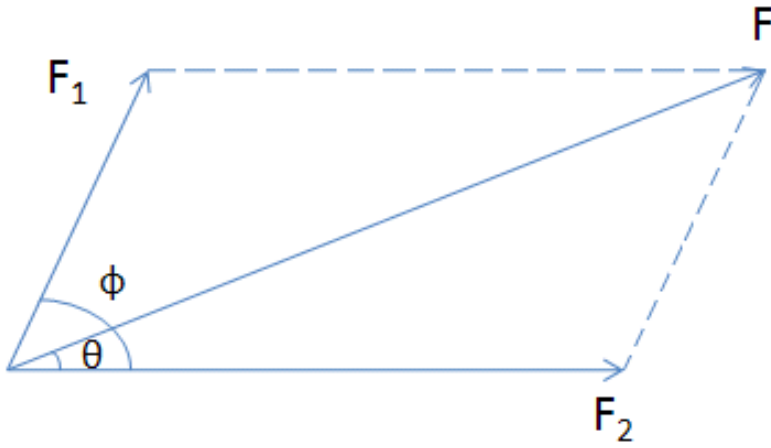
$$\text{Διεύθυνση: } \varepsilon\varphi\varphi = \frac{F_1}{F_2}$$



- Δυνάμεις με διευθύνσεις που σχηματίζουν γωνία  $\varphi$ :
- ✓ Όταν οι διευθύνσεις δυο δυνάμεων σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $\varphi$  τότε η συνισταμένη δύναμη  $\vec{F}$  έχει:

$$\text{Μέτρο: } F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\varphi}$$

$$\text{Διεύθυνση: } \varepsilon\varphi\theta = \frac{F_1\eta\mu\varphi}{F_2 + F_1\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

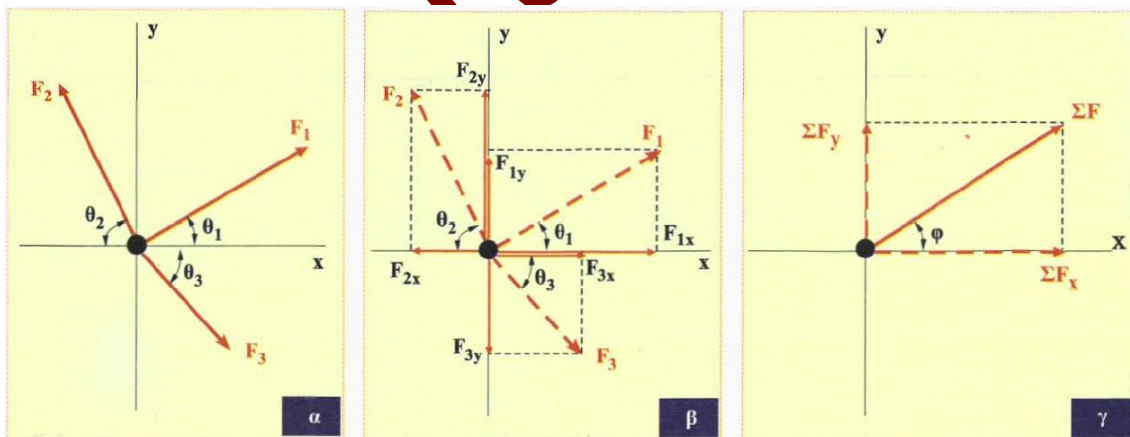


#### 4. Σύνθεση πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων

- Για να υπολογίσουμε τη συνισταμένη πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων που έχουν κοινό σημείο εφαρμογής, αρχικά βρίσκουμε τη συνισταμένη των δύο πρώτων δυνάμεων με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου και στη συνέχεια συνθέτουμε τη δύναμη αυτή με την τρίτη δύναμη, τη νέα συνισταμένη με την τέταρτη κ.ο.κ. μέχρι να τελειώσουν όλες οι δυνάμεις.
- ✓ Προσοχή: Η παραπάνω πορεία για την εύρεση της συνισταμένης είναι συνήθως περίπλοκη και γι αυτό δεν ενδείκνυται.

→ Προκειμένου λοιπόν να υπολογίσουμε τη συνισταμένη πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων συνήθως εργαζόμαστε ως εξής:

- Σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, του οποίου η αρχή συμπίπτει με το σημείο εφαρμογής των ομοεπιπέδων δυνάμεων, αναλύουμε όλες τις δυνάμεις σε συνιστώσες.
- Στη συνέχεια προσθέτουμε εύκολα όλες τις συνιστώσες που βρίσκονται στον ίδιο άξονα.
- Τελικά καταλήγουμε στην σύνθεση δύο δυνάμεων καθέτων μεταξύ τους.



Π.χ: Για το παράδειγμα του σχήματος έχουμε:

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \quad \text{και} \quad \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

## 5. Ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων

- Αν σε ένα σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις, που διέρχονται από το ίδιο σημείο, αυτό ισορροπεί όταν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.

$$\Sigma F_x = 0$$

και

$$\Sigma F_y = 0$$

## 6. Τριβή

- Όταν ένα σώμα γλιστράει πάνω σε μια επιφάνεια, υπάρχει μια δύναμη στο σώμα που αντιστέκεται στην κίνησή του, και ονομάζεται **τριβή ή τριβή ολίσθησης**.
- Ονομάζουμε **στατική τριβή** εκείνη τη δύναμη τριβής που εμφανίζεται όταν ένα σώμα δέχεται δύναμη και παρ' όλα αυτά παραμένει ακίνητο.
- ✓ Η δύναμη της στατικής τριβής δεν έχει σταθερή τιμή.
- ✓ Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής λέγεται οριακή τριβή.

→ Η τριβή που αναπτύσσεται κατά την ολίσθηση λέγεται τριβή ολίσθησης και δίνεται από τον τύπο:

$$T = \mu N$$

όπου N η δύναμη που είναι κάθετη στην επιφάνεια επαφής και  $\mu$  ο συντελεστής τριβής ολίσθησης.



## 7. Οριζόντια βολή

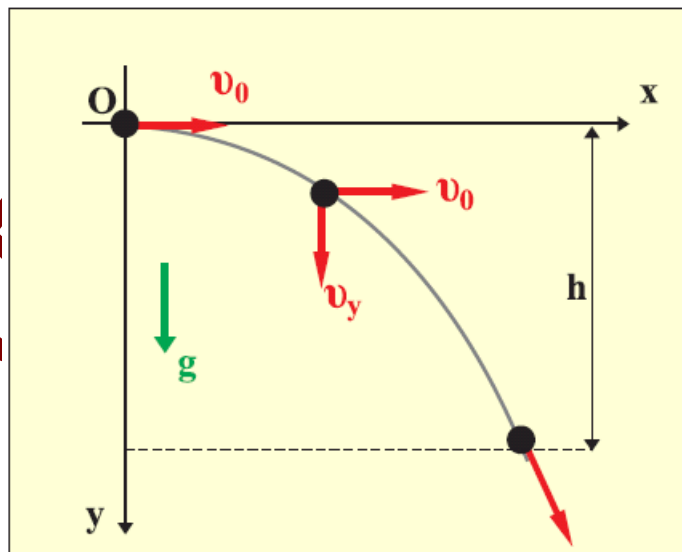
- Η οριζόντια βολή είναι μια σύνθετη κίνηση που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μια οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή.
- Η περιγραφή των σύνθετων κινήσεων γίνεται με την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων σύμφωνα με την οποία:

Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο  $t$ , είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο  $t$  κάθε μία.

Στην περίπτωση της οριζόντιας βολής ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$x = v_0 t$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



## 8. Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

- Στην περίπτωση που το σώμα δέχεται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις τότε η σχέση  $\vec{F} = m\vec{a}$  ισοδυναμεί με τις σχέσεις:

$$\Sigma F_x = m\alpha_x \quad \text{και} \quad \Sigma F_y = m\alpha_y$$

## 9. Ομαλή κυκλική κίνηση

- Κυκλική κίνηση:

Όταν η τροχιά ενός κινητού είναι περιφέρεια κύκλου τότε η κίνησή του είναι κυκλική.

- Ομαλή κυκλική κίνηση:

Όταν ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση και σε ίσους χρόνους διαγράφει ίσα τόξα, τότε η κίνησή του λέγεται ομαλή κυκλική κίνηση.

- ✓ Περίοδος T:

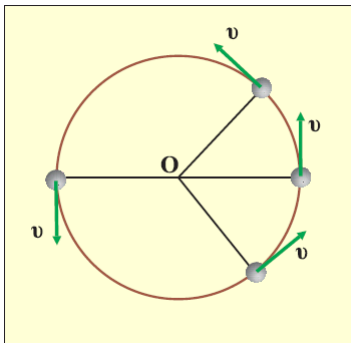
Περίοδος T στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζουμε τον χρόνο (s) για να εκτελέσει το κινητό μία περιστροφή.

- ✓ Συχνότητα f:

$$f = \frac{1}{T}$$

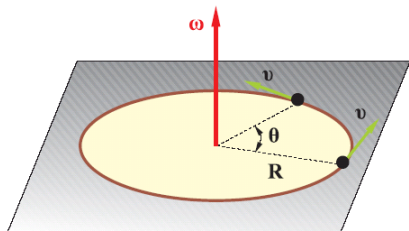
Μονάδα μέτρησης της συχνότητας:  $\rightarrow 1 \text{ Hz}$

- ✓ Γραμμική ταχύτητα:



$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

✓ Γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ :



$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

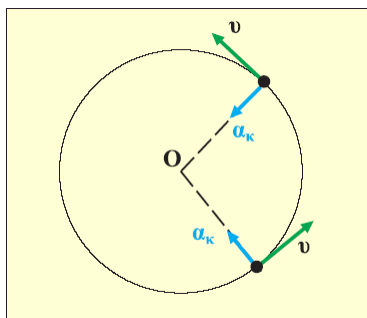
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Μονάδα μέτρησης της γωνιακής ταχύτητας:  $\rightarrow 1 \text{ rad/s}$

✓ Σχέση μεταξύ της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας:

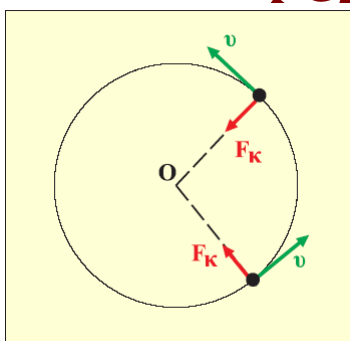
$$v = \omega R$$

✓ Κεντρομόλος επιτάχυνση:



$$a_k = \frac{v^2}{R}$$

✓ Κεντρομόλος δύναμη:



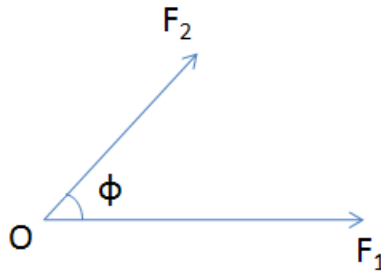
$$F = \frac{mv^2}{R}$$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Δύο δυνάμεις  $F_1=3 \text{ N}$  και  $F_2=4 \text{ N}$ , εφαρμόζονται στο ίδιο σημείο και είναι κάθετες μεταξύ τους. Να βρείτε τη συνισταμένη τους.

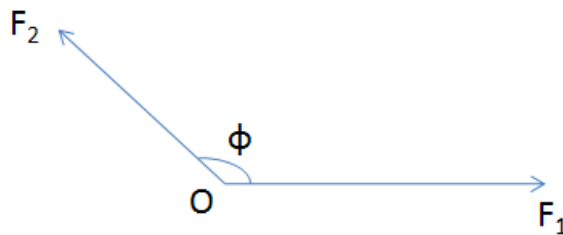
(Απ.  $F=5 \text{ N}$ ,  $\epsilon\phi\phi=\frac{3}{4}$ )

2. Να βρείτε τη συνισταμένη  $F$  των δυνάμεων  $F_1, F_2$  του παρακάτω σχήματος όταν είναι γνωστό ότι:  $F_1=F_2=10 \text{ N}$  και  $\phi=60^\circ$ .



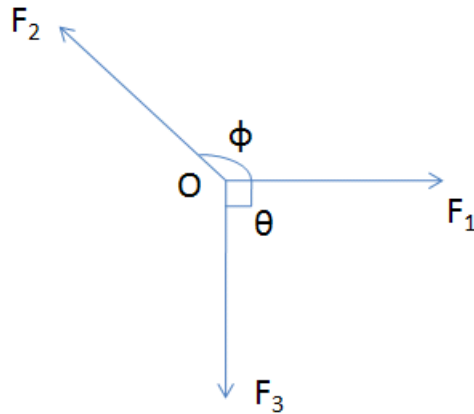
(Απ.  $F=10\sqrt{3} \text{ N}$ ,  $\theta=30^\circ$  όπου  $\hat{\theta} = F_1OF$ )

3. Αν  $F_1=2 \text{ N}$ ,  $F_2=\sqrt{3} \text{ N}$  και  $\phi=150^\circ$  να βρείτε την συνισταμένη των  $F_1, F_2$ .



(Απ.  $F=1 \text{ N}$ ,  $\theta=60^\circ$  όπου  $\hat{\theta} = F_1OF$ )

4. Να βρείτε τη συνισταμένη  $F$  των δυνάμεων όταν  $F_1=4\text{ N}$ ,  $F_2=3\sqrt{2}\text{ N}$ ,  $F_3=4\text{ N}$ ,  $\varphi=135^\circ$  και  $\theta=90^\circ$ .

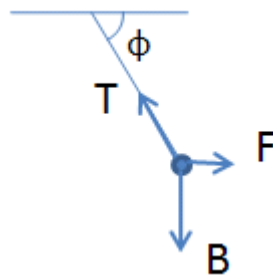


(Απ.  $F=\sqrt{2}\text{ N}$ )

5. Μια σφαίρα ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi=60^\circ$  από μια οριζόντια δύναμη  $F$ . Αν το βάρος της σφαίρας είναι  $B=10\text{ N}$ , πόση είναι η δύναμη  $F$  και πόση η αντίδραση του επιπέδου.

(Απ.  $F=10\sqrt{3}\text{ N}$ ,  $F_N=20\text{ N}$ )

6. Αν  $B=30\text{ N}$ ,  $\varphi=60^\circ$  και το σώμα ισορροπεί όπως στο σχήμα, να βρείτε τις  $T$ ,  $F$ .



(Απ.  $T=20\sqrt{3}\text{ N}$ ,  $F=10\sqrt{3}\text{ N}$ )

7. Σε ένα σώμα μάζας  $m=6 \text{ kg}$  που βρίσκεται σε ηρεμία πάνω σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη  $F=68 \text{ N}$  που σχηματίζει γωνία  $\varphi=30^\circ$  με την κατακόρυφο. Οι δυνάμεις που αντιστέκονται στην κίνηση είναι  $F_A=10 \text{ N}$ . Να βρείτε το διάστημα που διανύει το σώμα στη διάρκεια του ένατου δευτερόλεπτου της κίνησής του.

Δίνεται ότι:  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.  $S=34 \text{ m}$ )

8. Πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο αφήνεται να ολισθήσει ένα σώμα. Το σώμα διανύει στην διάρκεια του τρίτου δευτερολέπτου διάστημα  $S=5 \text{ m}$ .

1) Να βρείτε πόσο διάστημα διανύει στη διάρκεια του  $2^{\text{ου}}$ ,  $5^{\text{ου}}$ , και  $9^{\text{ου}}$  δευτερολέπτου της κίνησής του.

2) Να βρείτε τον λόγο του ύψους προς το μήκος  $S$  του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνεται ότι:  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ. 1)  $S_2=3 \text{ m}$ ,  $S_5=9 \text{ m}$ ,  $S_9=17 \text{ m}$ , 2)  $\frac{h}{S}=\frac{1}{5}$ )

9. Ένα κινητό, που κινείται χωρίς τριβές με ταχύτητα  $v_0=3 \text{ m/s}$  σε οριζόντιο επίπεδο, συναντάει κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως  $\varphi=30^\circ$ , πάνω στο οποίο αρχίζει και ανεβαίνει. Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα όταν αυτό βρίσκεται:

A. Πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

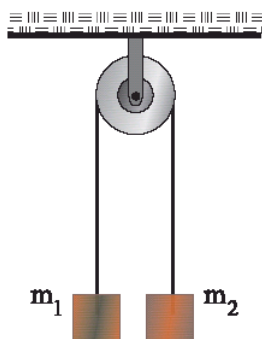
B. Πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

Στη συνέχεια να βρεθεί 1) σε πόση απόσταση από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα σταματήσει και 2) πόσος χρόνος θα περάσει. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

(Απ. 1)  $S=0.9 \text{ m}$ , 2)  $t=0.6 \text{ s}$ )

10. Από το αυλάκι τροχαλίας, αμελητέας μάζας, περνάει σχοινί που από τη μια άκρη του κρεμάμε μάζα  $m_1=20$  kg και από την άλλη άκρη μάζα  $m_2=30$  kg. Αν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο, να βρείτε την επιτάχυνση των δύο μαζών.

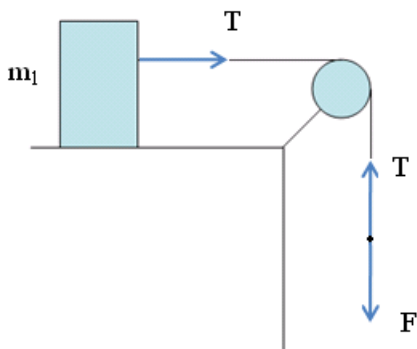
Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.



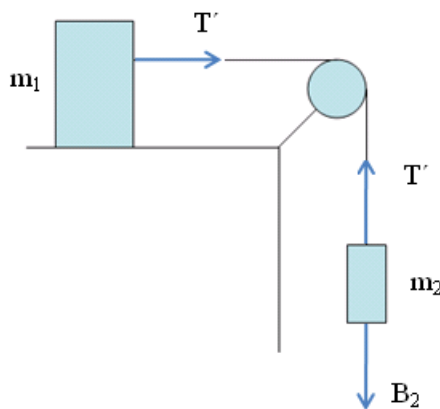
(Απ.  $a=2$  m/s<sup>2</sup>)

11. Σε σώμα μάζας  $m_1=10$  kg, που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο, δένεται η μια άκρη σχοινιού, που περνάει από τροχαλία. Στην άλλη άκρη του σχοινιού σε μια περίπτωση ασκούμε δύναμη  $F=50$  N και σε μια άλλη περίπτωση κρεμάμε βάρος  $B_2=50$  N. Να βρείτε σε ποια από τις δύο περιπτώσεις η μάζα  $m_1$  θα επιταχύνεται περισσότερο. (Τριβές δεν υπάρχουν). Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

1<sup>η</sup> περίπτωση



2<sup>η</sup> περίπτωση



(Απ.  $\alpha_1 > \alpha_2$ )

12. Ένα σώμα μάζας  $m=5$  kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στη συνέχεια ενεργεί στο σώμα οριζόντια δύναμη  $F=10$  N. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος-επιπέδου είναι  $\mu=0.1$ , τότε να βρείτε:

- 1) Την επιτάχυνση που αποκτάει το σώμα.
- 2) Το διάστημα που διανύει σε χρόνο  $t=10$  s.

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ. 1)  $a=1$  m/s<sup>2</sup>, 2)  $S=50$  m)

13. Ένα σώμα που έχει μάζα  $m=120$  kg σύρεται με σταθερή ταχύτητα πάνω σε οριζόντιο έδαφος, από δύναμη  $F=100$  N που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία  $\varphi=30^\circ$ . Να βρείτε τον συντελεστή της τριβής ολίσθησης.

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ.  $\mu=\frac{\sqrt{3}}{23}$ )

14. Ένα σώμα που έχει μάζα  $m=4$  kg κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση δύναμης  $F=20$  N που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία  $\varphi=30^\circ$  προς τα πάνω. Να βρείτε την δύναμη της τριβής αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι  $\mu=0.2$ .

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ.  $T=6$  N)



15. Πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi=30^\circ$  βρίσκεται σώμα μάζας  $m=6 \text{ kg}$ . Να βρεθεί η δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στο σώμα, παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο, έτσι που το σώμα να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Δίνεται ότι  $\mu=\frac{\sqrt{3}}{6}$  και  $g=10 \text{ m/s}^2$ . Να διακρίνετε δύο περιπτώσεις.

(Απ.  $F_1=45 \text{ N}$ ,  $F_2=15 \text{ N}$ )

16. Σώμα αφήνεται σε κεκλιμένο επίπεδο μήκους  $S=100 \text{ m}$  και ύψους  $h=60 \text{ m}$ . Αν ο συντελεστής τριβής είναι  $\mu=0.5$ , τότε να βρείτε:

- 1) Την επιτάχυνση του σώματος.
- 2) Τον χρόνο που χρειάζεται το σώμα για να διανύσει διάστημα  $100 \text{ m}$ .

Δίνεται ότι:  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ. 1)  $\alpha=2 \text{ m/s}^2$ , 2)  $t=10 \text{ s}$ )

17. Από ένα ύψος  $h=180 \text{ m}$  ρίχνεται οριζόντια μια πέτρα με ταχύτητα  $v_0=60 \text{ m/s}$ . Να βρείτε τα παρακάτω:

- 1) Σε πόσο χρόνο  $t$  θα φτάσει η πέτρα στο έδαφος.
- 2) Το βεληνεκές της  $S$ .
- 3) Την ταχύτητα που θα έχει όταν φτάσει στο έδαφος.

Δίνεται ότι:  $g=10 \text{ m/s}^2$

(Απ. 1)  $t=6 \text{ s}$ , 2)  $S=360 \text{ m}$ , 3)  $v=60\sqrt{2} \text{ m}$ ,  $\varphi=45^\circ$ )

18. Σώμα ρίχνεται οριζόντια με  $v_0=10 \text{ m/s}$  από ύψος  $h=180 \text{ m}$ .

1) Να βρείτε το βεληνεκές του.

2) Να βρείτε σε ποια χρονική στιγμή η ταχύτητα του σώματος είναι  $v=\sqrt{2} v_0$ .

Δίνεται ότι:  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ. 1)  $S=60 \text{ m}$ , 2)  $t=1 \text{ s}$ )

19. Έστω ότι ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε λασπωμένο δρόμο. Κάθε τροχός σε χρόνο  $t=5 \text{ s}$  αφήνει ίχνη μήκους  $S=200 \text{ m}$ . Αν η ακτίνα του τροχού είναι  $R=0.5 \text{ m}$ , να βρείτε την συχνότητα περιστροφής του.

(Απ.  $f=\frac{40}{\pi} \text{ Hz}$ )

20. Ένα μοτέρ περιστρέφει με σταθερή συχνότητα  $f_1=20 \text{ Hz}$  έναν τροχό ακτίνας  $R_1=1 \text{ m}$ . Ποια ακτίνα πρέπει να έχει ένας δεύτερος τροχός, που θα συνδεθεί με μάντα με τον πρώτο έτσι ώστε να περιστρέφεται με συχνότητα  $f_2=60 \text{ Hz}$ .

(Απ.  $R_2=\frac{1}{3} \text{ m}$ )

21. Ποδήλατο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα  $v=36 \text{ km/h}$ . Αν οι τροχοί του έχουν ακτίνα  $R=50 \text{ cm}$ , τότε να βρείτε την συχνότητα περιστροφής του κάθε τροχού.

(Απ.  $f=\frac{10}{\pi} \text{ Hz}$ )

22. Ένα σώμα που έχει μάζα  $m=2$  kg διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας  $R=2$  m με σταθερό μέτρο ταχύτητας. Αν η κεντρομόλος δύναμη είναι  $F_k=16$  N, τότε να βρείτε:

1) Τη γραμμική ταχύτητα  $v$ .

2) Την γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ .

(Απ. 1)  $v=4$  m/s, 2)  $\omega=2$  rad/s)

23. Σε μια πίστα αγώνων μοτοσυκλέτας μια στροφή είναι οριζόντια και έχει ακτίνα  $R=120\sqrt{3}$  m. Αν ο μοτοσυκλετιστής παίρνει τη στροφή με ταχύτητα  $v=216$  km/h, να βρείτε την γωνία που σχηματίζει η μοτοσυκλέτα με την πίστα.

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

Υπόδειξη: Στον μοτοσυκλετιστή ασκούνται το βάρος του B και η αντίδραση από το έδαφος  $F_N$  που η διεύθυνσή της συμπίπτει με τη διεύθυνση του σώματος του μοτοσυκλετιστή. Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων B και  $F_N$  είναι η κεντρομόλος δύναμη για τον μοτοσυκλετιστή, που έχει φορά προς το κέντρο της πίστας και διεύθυνση οριζόντια.

Αποδεικνύεται από τα παραπάνω και μετά από πράξεις ότι:  $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{v^2}{Rg}$

(Απ.  $\varphi=30^\circ$ )

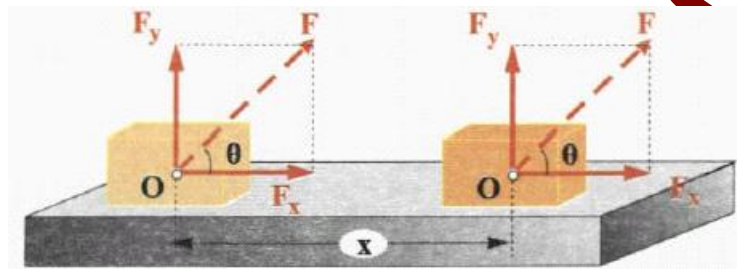
## ΕΝΕΡΓΕΙΑ- ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

### 1. Η έννοια του έργου

- Έργο  $W_F$  μιας δύναμης ονομάζουμε το μονόμετρο μέγεθος που δίνεται από τη σχέση:

$$W_F = Fx\cos\theta$$

όπου  $x$  η μετατόπιση του σώματος και  $\theta$  η γωνία που σχηματίζει η δύναμη  $\vec{F}$  με την μετατόπιση.



→ Το έργο είναι μονόμετρο μέγεθος

→ Μονάδα έργου στο S.I. είναι το 1 J (Joule)

- → Όταν το  $\cos\theta > 0$  ( $0 \leq \theta < 90^\circ$ ) τότε το έργο της δύναμης είναι θετικό.
- → Όταν το  $\cos\theta = 0$  ( $\theta = 90^\circ$ ) τότε το έργο της δύναμης είναι μηδέν.
- → Όταν το  $\cos\theta < 0$  ( $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ ) τότε το έργο της δύναμης είναι αρνητικό.

### 2. Έργο του βάρους

- Επειδή το βάρος είναι μία δύναμη συνέχεια κατακόρυφη το έργο του ισούται με το βάρος επί την κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος. Όταν το σώμα αυξάνει το έργο του βάρους είναι αρνητικό, ενώ όταν το σώμα κατεβαίνει το έργο του βάρους είναι θετικό.

### 3. Κινητική ενέργεια

- Όταν ένα σώμα μάζας  $m$  κινείται με ταχύτητα  $v$  τότε λέμε ότι έχει κινητική ενέργεια που δίνεται από τον τύπο:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

→ Μονάδα μέτρησης της κινητικής ενέργειας στο S.I. είναι το 1 J (Joule)

### 4. Κινητική ενέργεια και έργο

- Όταν ένα σώμα έχει κινητική ενέργεια  $K_1$  και ασκηθεί μια δύναμη που παράγει έργο  $W_F$  τότε επειδή το έργο εκφράζει μεταφορά ενέργειας προς ή από το σώμα, η κινητική ενέργεια του σώματος μεταβάλλεται, δηλαδή ισχύει ότι:

$$K_1 + W_F = K_2 \Rightarrow K_2 - K_1 = W_F$$

ή πιο απλά

$$\Delta K = W_F$$

→ Η παραπάνω σχέση αποτελεί το λεγόμενο θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας. (Θ.Μ.Κ.Ε.)

- ✓ Στην περίπτωση που στο σώμα ασκούνται περισσότερες από μία δυνάμεις τότε το Θ.Μ.Κ.Ε. παίρνει τη γενικότερη μορφή:

$$\Delta K = \Sigma W_F$$

## 5. Συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις

- Συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις, ονομάζονται οι δυνάμεις που διατηρούν την ενέργεια ενός σώματος σε μια κλειστή διαδρομή.

→ Για να συντηρείται η ενέργεια πρέπει το έργο της δύναμης σε μια κλειστή διαδρομή να είναι μηδέν.

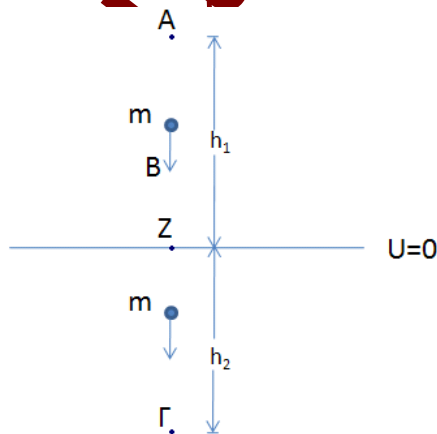
→ Γνωστές συντηρητικές δυνάμεις είναι το βάρος B και η δύναμη του ελατηρίου.

- Στις μη συντηρητικές δυνάμεις το έργο τους σε μια κλειστή διαδρομή είναι διάφορο του μηδενός.

→ Γνωστή μη συντηρητική δύναμη είναι η τριβή.

## 6. Δυναμική ενέργεια βαρύτητας

- Δυναμική ενέργεια βαρύτητας ενός σώματος μάζας  $m$  σε μια θέση A ονομάζεται η ποσότητα που ισούται με το έργο του βάρους κατά την μεταφορά του σώματος από το σημείο A μέχρι τη θέση που πήραμε (αυθαίρετα) σαν θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας.



✓ Το σώμα μάζας  $m$  στην θέση A έχει:  $U_A = W_{B(A \rightarrow Z)} = mgh_1$

✓ Το σώμα μάζας  $m$  στην θέση Γ έχει:  $U_\Gamma = W_{B(\Gamma \rightarrow Z)} = -mgh_2$

— Η δυναμική ενέργεια μπορεί να είναι θετική ή αρνητική.

## 7. Μηχανική ενέργεια

- Το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας που έχει ένα σώμα σε μια θέση το ονομάζουμε μηχανική ενέργεια (E) του σώματος, δηλαδή:

$$E=K+U$$

- Όταν σε ένα σώμα, στη διάρκεια της κίνησής του ασκούνται μόνο συντηρητικές δυνάμεις (π.χ το βάρος του) τότε η μηχανική ενέργεια του σώματος παραμένει σταθερή (δεν μεταβάλλεται).

## 8. Η ισχύς μηχανής

- Η ισχύς ενός κινητήρα και γενικότερα οποιασδήποτε μηχανής είναι το πηλίκο του έργου που παράγει, προς το χρονικό διάστημα στο οποίο αυτό παράγεται, δηλαδή η ισχύς εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο παράγει έργο ο κινητήρας.

→ Η ισχύς συμβολίζεται με το γράμμα P (Power).

Αν μια μηχανή παράγει έργο W σε χρόνο t, τότε η ισχύς P θα είναι:

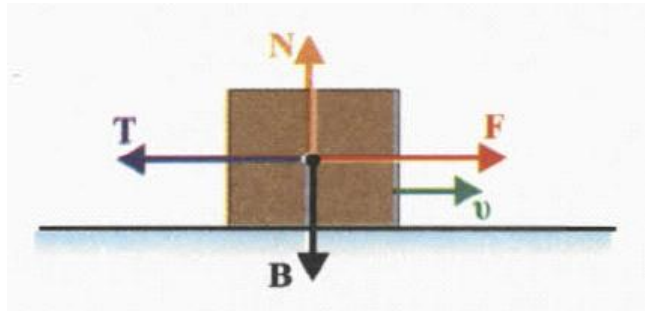
$$P = \frac{W}{t}$$

→ Μονάδα μέτρησης της ισχύος στο S.I. είναι το  $1 \text{ Watt} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{s}}$ .

- Άλλες μονάδες μέτρησης της ισχύος:

- ✓  $1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}$
- ✓  $1 \text{ HP} = 745.7 \text{ Watt}$
- ✓  $1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$

- Έστω ένα σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v$ , σε οριζόντιο επίπεδο. Επειδή η ταχύτητα είναι σταθερή, έπεται ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν, δηλαδή  $F=T$ .



Για την ισχύ έχουμε ότι:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fx}{t}$$

Επιπλέον ισχύει ότι:

$$v = \frac{x}{t}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει τελικά ότι:

$$P = Fv$$



## ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

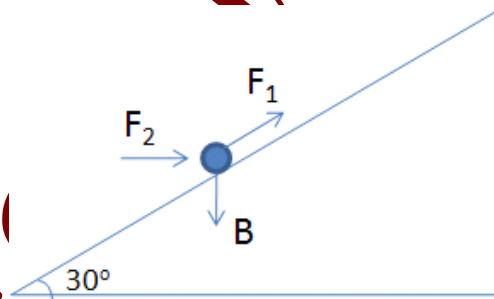
1. Έστω ότι μια δύναμη  $F=100\text{ N}$  που σχηματίζει γωνία  $\varphi=60^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο μετατοπίζει οριζόντια ένα σώμα κατά  $S=100\text{ m}$ . Να βρείτε το έργο που παράγει η  $F$ .

(Απ.  $W_F=5000\text{ J}$ )

2. Ένα σώμα μάζας  $m=10\text{ kg}$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με επιτάχυνση μέτρου  $a=2\text{ m/s}^2$ . Να βρείτε το έργο της δύναμης που ασκείται στο σώμα για μετατόπιση του σώματος κατά  $\Delta x=50\text{ m}$ .

(Απ.  $W_F=1000\text{ J}$ )

3. Αν είναι γνωστό ότι  $F_1=20\text{ N}$ ,  $F_2=10\text{ N}$  και  $B=10\text{ N}$ , τότε να βρείτε τα έργα των τριών δυνάμεων για να μετακινηθεί το σώμα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο κατά  $S=10\text{ m}$ .



(Απ.  $W_{F_1}=200\text{ J}$ ,  $W_{F_2}=50\sqrt{3}\text{ J}$ ,  $W_B=-50\text{ J}$ )

4. Μια οριζόντια δύναμη  $F=150\text{ N}$  κινεί σώμα μάζας  $m=100\text{ kg}$  για διάστημα  $S=100\text{ m}$ , πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αν είναι γνωστό ότι ο συντελεστής τριβής σώματος-επιπέδου είναι  $\mu=0.1$ , τότε να βρείτε τα έργα  $W_F$  και  $W_T$ .

Δίνεται ότι:  $g=10\text{ m/s}^2$ .

(Απ.  $W_F=1.5\cdot 10^4\text{ J}$ ,  $W_T=-10^4\text{ J}$ )

5. Ένα σώμα μάζας  $m=0.1\text{ kg}$  αφήνεται να πέσει από ύψος  $h=100\text{ m}$ .

1) Να βρείτε την κινητική και δυναμική ενέργεια που έχει το σώμα μετά από  $t_1=1\text{ s}$  και  $t_2=2\text{ s}$  από τη στιγμή που το αφήσαμε ελεύθερο.

2) Να βρείτε την δυναμική και κινητική του ενέργεια τη στιγμή που χτυπάει στο έδαφος.

Δίνεται ότι:  $g=10\text{ m/s}^2$ .

(Απ. 1)  $K_1=5\text{ J}$ ,  $U_1=95\text{ J}$ ,  $K_2=20\text{ J}$ ,  $U_2=80\text{ J}$ , 2)  $K=100\text{ J}$ ,  $U=0$ )

6. Έστω ότι ένα σώμα ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με  $v_0=20\text{ m/s}$ .

Να βρείτε σε τι ύψος αποκτάει το σώμα την μέγιστη δυναμική του ενέργεια.

Δίνεται ότι:  $g=10\text{ m/s}^2$ .

(Απ.  $h=20\text{ m}$ )

7. Μια πέτρα μάζας  $m=4$  kg αφήνεται από ύψος  $h$  και χτυπάει στο έδαφος με ταχύτητα  $v=20$  m/s. Να βρείτε:

- 1) Την κινητική ενέργεια της πέτρας την στιγμή που χτυπάει στο έδαφος.
- 2) Το ύψος  $h$  από το οποίο αφήσαμε την πέτρα.

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ. 1)  $K=800$  J, 2)  $h=20$  m)

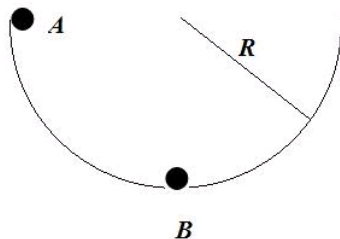
8. Ένα αυτοκίνητο που έχει μάζα  $M=1200$  kg ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $v=72$  km/h σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi=30^\circ$ . Οι αντιστάσεις (τριβή, αντίσταση αέρα) ισοδυναμούν με σταθερή δύναμη  $F_A=480$  N που έχει φορά αντίθετη της κίνησης. Να βρείτε την ισχύ  $P$  που αναπτύσσει ο κινητήρας του αυτοκινήτου.

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ.  $P=129.6$  kW)

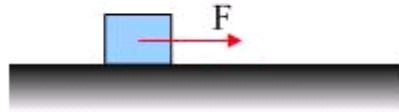
9. Ένα μικρό σώμα που έχει βάρος  $B$  αφήνεται να ολισθήσει, χωρίς αρχική ταχύτητα, από το χείλος ημισφαιρίου ακτίνας  $R$ . Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος όταν φτάνει στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του;

Δίνεται ότι:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>



(Απ.  $v = \sqrt{2gR}$ )

10. Η δύναμη που ασκείται στο σώμα του παρακάτω σχήματος μεταβάλλεται με την μετατόπιση σύμφωνα με την σχέση  $F=10x$  ( $F \rightarrow \text{N}$ ,  $x \rightarrow \text{m}$ ). Να βρείτε το έργο της  $F$  για μετατόπιση  $x=2 \text{ m}$ .



(Απ.  $W=20 \text{ J}$ )

11. Σε ένα σώμα που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη που το μέτρο της μεταβάλλεται με την μετατόπιση σύμφωνα με τη σχέση:

$$F=10+2x \text{ (} F \rightarrow \text{N, } x \rightarrow \text{m)}$$

Να βρείτε την κινητική ενέργεια του σώματος μετά από μετατόπιση  $x=4 \text{ m}$ .

(Απ.  $K=56 \text{ J}$ )

12. Μια μπάλα του μπάσκετ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος  $h=5 \text{ m}$  σε οριζόντιο επίπεδο. Η μπάλα φτάνει στο επίπεδο και στη συνέχεια αναπηδάει. Αν κατά την κρούση χάνονται τα  $36\%$  της ενέργειας που είχε η μπάλα πριν την κρούση, τότε να βρείτε τον χρόνο που κινήθηκε συνολικά η μπάλα από την στιγμή που την αφήσαμε ελεύθερη, μέχρι τη στιγμή της δεύτερης κρούσης της στο επίπεδο.

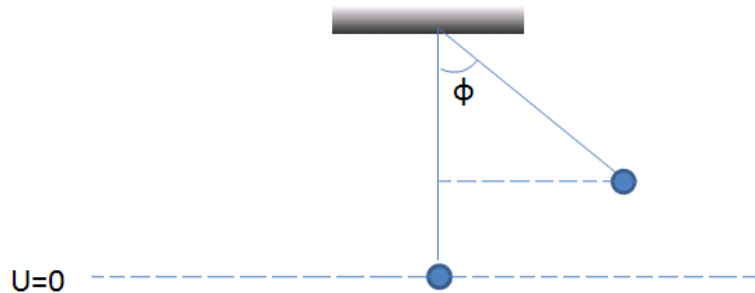
Δίνεται ότι:  $g=10 \text{ m/s}^2$

(Απ.  $t_{\text{ολ}}=2.6 \text{ s}$ )

13. Μια σφαίρα μάζας  $m=5 \text{ g}$  είναι κρεμασμένη από την οροφή με νήμα μήκους  $R=1 \text{ m}$ . Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας έτσι που το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία  $\phi=60^\circ$ . Να βρείτε:

- 1) Την ταχύτητα της σφαίρας όταν η σφαίρα περνάει από τη θέση ισορροπίας.
- 2) Την τάση του νήματος όταν η σφαίρα περνάει από τη θέση ισορροπίας.

Δίνεται ότι:  $g=10 \text{ m/s}^2$ .



(Απ. 1)  $v=3.16 \text{ m/s}$ , 2)  $T=0.1 \text{ N}$ )

14. Ο κινητήρας αεροπλάνου αναπτύσσει ισχύ  $P=800 \text{ kW}$  και η αντίσταση του αέρα στην οριζόντια ομαλή πτήση είναι  $F_A=5000 \text{ N}$ . Να βρείτε την ταχύτητα του αεροπλάνου.

(Απ.  $v=160 \text{ m/s}$ )

15. Όταν ένα αυτοκίνητο που έχει μάζα  $m=3000 \text{ kg}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $v=72 \text{ km/h}$  ο κινητήρας του αναπτύσσει ισχύ  $P_1=20 \text{ kW}$ . Να βρείτε την ισχύ  $P_2$  που αναπτύσσει ο κινητήρας όταν το αυτοκίνητο ανεβαίνει με την ίδια ταχύτητα ανηφορικό δρόμο που έχει κλίση  $5\%$ . Να θεωρήσετε ότι οι τριβές είναι ίδιες και στις δύο περιπτώσεις. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

(Απ.  $P_2=50 \text{ kW}$ )

## ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΥΠΟΒΑΘΜΙΣΗ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

### 1. Η έννοια της πίεσης

- Η πίεση συμβολίζεται με  $P$ , υπολογίζεται από το πηλίκο  $\frac{F}{S}$  όπου  $F$  η κάθετα ασκούμενη δύναμη και  $S$  η επιφάνεια στην οποία αυτή ασκείται:

$$P = \frac{F}{S}$$

→ Η μονάδα μέτρησης της πίεσης στο S.I. είναι το 1 Pa (Pascal)

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

→ Άλλη μονάδα μέτρησης της πίεσης είναι η 1 atm (1 ατμόσφαιρα)

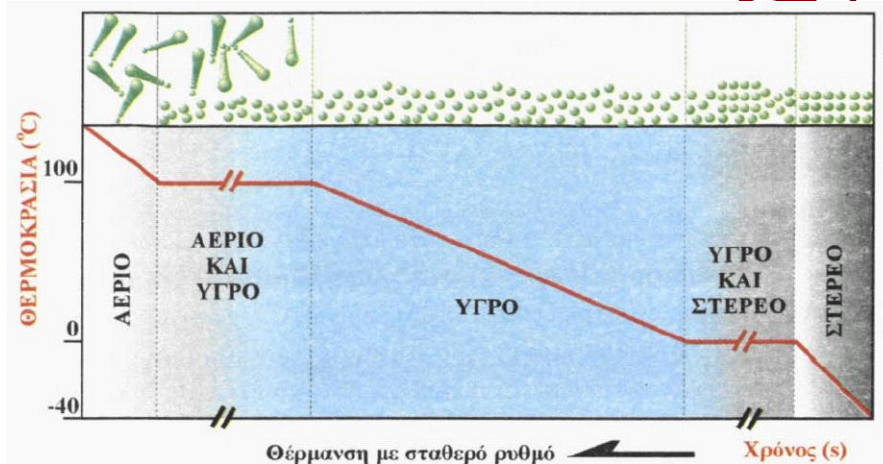
$$1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

### 2. Η κινητική θεωρία της ύλης και η θερμότητα

- Τόσο τα άτομα όσο και τα μόρια έχουν δύο βασικά χαρακτηριστικά:
  - ✓ Να κινούνται
  - ✓ Να αλληλεπιδρούν ασκώντας ελκτικές και απωστικές δυνάμεις
- Στην περίπτωση των αερίων θεωρούμε τα μόρια ως συμπαγείς σφαίρες που κινούνται ατάκτως προς όλες τις κατευθύνσεις.
- Στα υγρά αέρια, σ' αυτά δηλαδή που οι αποστάσεις μεταξύ των μορίων θεωρούνται σχετικά μεγάλες, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ασκούνται δυνάμεις μόνο κατά τη διάρκεια των συγκρούσεων μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο βρίσκονται. Επομένως η ενέργεια που έχουν τα μόρια είναι μόνο κινητική.

- Στις περιπτώσεις των πυκνών αερίων καθώς επίσης και στα υγρά, τα μόρια εκτός από κινητική ενέργεια, λόγω της άτακτης κίνησής τους, έχουν και δυναμική ενέργεια.
- Στα στερεά δεν υπάρχει άτακτη κίνηση των μορίων, αλλά σ' αυτά τα μόρια ταλαντώνονται γύρω από τη θέση ισορροπίας τους.

→ Στο παρακάτω σχήμα, τα μόρια των σωμάτων αναπαρίστανται με σφαιρίδια, ενώ η μεταξύ τους απόσταση αντιπροσωπεύει το κενό που υπάρχει μεταξύ των μορίων.



### 3. Ιδιότητες των αερίων

- Πίεση

→ Η ιδιότητα των αερίων να ασκούν δυνάμεις στα τοιχώματα των δοχείων που τα περιέχουν περιγράφεται με την έννοια της πίεσης.

- Υπό σταθερή θερμοκρασία το γινόμενο της πίεσης και του όγκου του αερίου είναι σταθερό. (Νόμος του **Boyle**)

$$PV = \text{σταθ} \text{ (για } T = \text{σταθ)}$$

➤ Θερμοκρασία

→ Η έννοια της θερμοκρασίας είναι συνυφασμένη με την ταχύτητα των μορίων.

- Η αύξηση της θερμοκρασίας σχετίζεται με την αύξηση της ταχύτητας των μορίων.

Το παραπάνω συμπέρασμα ελέγχθηκε πειραματικά και βρέθηκε ότι είναι σωστό και ότι ισχύει εκτός από τα αέρια, στα υγρά και στα στερεά ανεξάρτητα από το είδος των σωματιδίων που αυτά αποτελούνται, δηλαδή άτομα, ιόντα ή μόρια.

#### 4. Εσωτερική ενέργεια

- Εάν πολλαπλασιάσουμε τη μέση κινητική ενέργεια  $\bar{K}$  των μορίων του αερίου λόγω της μεταφορικής τους κίνησης με το πλήθος τους  $N$ , προκύπτει η συνολική κινητική ενέργεια όλων των μορίων του αερίου. Η ενέργεια αυτή ονομάζεται **εσωτερική ενέργεια  $U$**  και είναι αποτέλεσμα των θερμικών κινήσεων των μορίων του.

$$U = N\bar{K}$$

- Θέρμανση ενός σώματος, σημαίνει αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας εις βάρος της εσωτερικής ενέργειας κάποιου άλλου σώματος, του οποίου η εσωτερική ενέργεια μειώνεται και συνεπώς αυτό ψύχεται.

→ Η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του ενός σώματος και η ταυτόχρονη μείωση της εσωτερικής ενέργειας του άλλου, συνεχίζονται έως ότου αυτά αποκτήσουν την ίδια θερμοκρασία και τότε ούτε προσφέρεται ούτε απορροφάται θερμότητα. Η κατάσταση αυτή ονομάζεται **θερμική ισορροπία**.

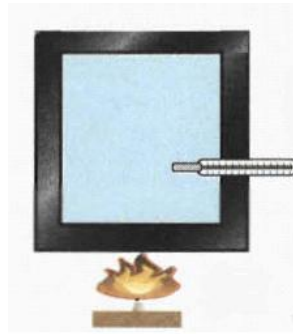


## 5. Θερμότητα και διατήρηση της ολικής ενέργειας

- Στην περίπτωση που η προσφερόμενη θερμότητα μετατρέπεται εξ' ολοκλήρου σε εσωτερική ενέργεια του αερίου, τότε η αρχή διατήρησης της ενέργειας μπορεί να διατυπωθεί με την παρακάτω απλή εξίσωση:

Προσφερόμενη θερμότητα = αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του αερίου

$$Q = \Delta U$$

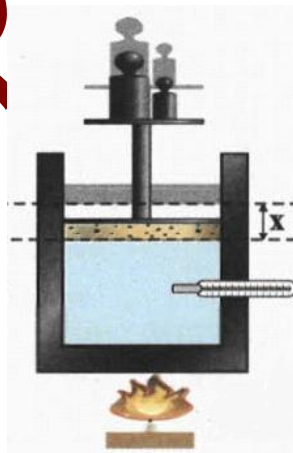


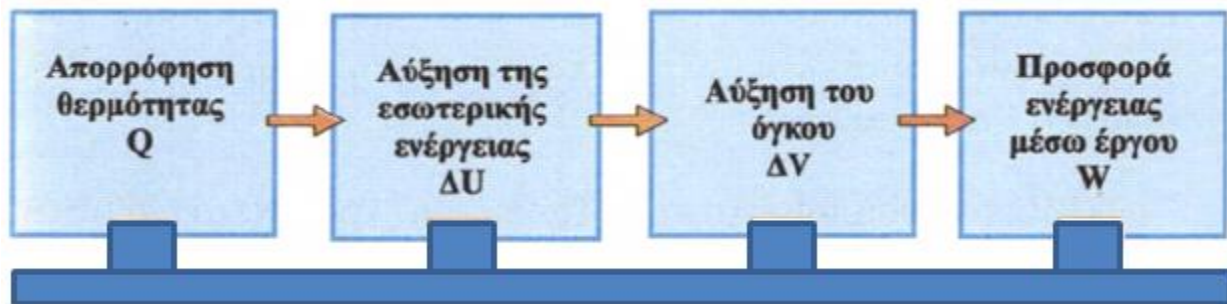
- Η γενική εξίσωση που περιγράφει την αρχή διατήρησης της ενέργειας είναι:

Προσφερόμενη θερμότητα = αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του αερίου και ενέργεια απαιτούμενη για την ανύψωση του εμβόλου

$$Q = \Delta U + W$$

όπου  $W = P\Delta V$  με  $\Delta V$  να είναι η αύξηση του όγκου του αερίου κατά τη θέρμανσή του.





→ Το έργο μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε κάποιο άλλο λόγω άσκησης δύναμης.

→ Η θερμότητα Q μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε κάποιο άλλο, λόγω διαφοράς θερμοκρασίας.

- Μονάδα μέτρησης της θερμότητας Q στο S.I. είναι το J (Joule).
- Άλλη μονάδα μέτρησης της θερμότητας είναι το calorie (cal) που είναι η ποσότητα θερμότητας που απαιτείται προκειμένου να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός γραμμαρίου καθαρού νερού κατά  $1^{\circ}\text{C}$ .

## 6. Μηχανές και ενέργεια

→ Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η αρχή της λειτουργίας των μηχανών.



## 7. Απόδοση μηχανής

- Η απόδοση μιας μηχανής δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{Απόδοση} = \frac{\text{ενέργεια που αποδίδεται}}{\text{ενέργεια που απορροφάται}} \cdot 100\%$$

## 8. Απόδοση λαμπτήρα

- Η απόδοση του λαμπτήρα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\alpha = \frac{\text{φωτεινή ενέργεια}}{\text{ηλεκτρική ενέργεια}} \cdot 100\%$$

## 9. Υποβάθμιση της ενέργειας

- Οι απώλειες της ενέργειας σε μια μηχανή είναι το ποσό της αρχικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα. Όμως η ενέργεια που παράγεται από τη χρήση των μηχανών μπορεί να αξιοποιηθεί. Το γεγονός αυτό χαρακτηρίζεται ως **υποβάθμιση της ενέργειας**.
- ✓ Ένα πολύ χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η υποβάθμιση της ηλεκτρικής ενέργειας σε θερμότητα.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ιδανικό αέριο που απορροφά θερμότητα 50 J παράγει έργο 15 J. Να υπολογίσετε την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου.

(Απ.  $\Delta U=35 \text{ J}$ )

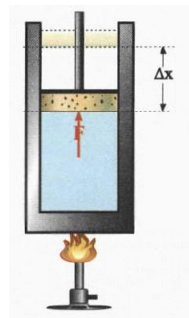
2. Πόση είναι η θερμότητα που ανταλλάσσεται μεταξύ αερίου και περιβάλλοντος σε μια διαδικασία κατά την οποία το παραγόμενο έργο είναι 70 J και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου είναι 20 J;

(Απ.  $Q=90 \text{ J}$ )

3. Αν κατά τη συμπίεση ενός αερίου, η εσωτερική του ενέργεια διατηρείται σταθερή, ενώ στο αέριο μεταβιβάζεται ενέργεια μέσω έργου 40 J, τότε να βρείτε πόση θερμότητα ανταλλάσσεται μεταξύ αερίου και περιβάλλοντος.

(Απ.  $Q=40 \text{ J}$ )

4. Κατά τη θέρμανση αερίου μέσα σε δοχείο με έμβολο, μεταβιβάζεται στο αέριο θερμότητα  $Q= 600 \text{ J}$ . Η εσωτερική ενέργεια του αερίου μεταβάλλεται κατά 300 J. Το αέριο ασκεί στο έμβολο σταθερή δύναμη  $F=6000 \text{ N}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να βρείτε πόσο θα μετακινηθεί το έμβολο.



(Απ.  $\Delta x=5 \text{ cm}$ )

5. Μια πέτρα μάζας 1.5 kg αφήνεται από ύψος 5 m, πέφτει σε άμμο και ακινητοποιείται. Να βρείτε πόσο αυξάνεται η εσωτερική ενέργεια του συστήματος αν είναι γνωστό ότι στο σώμα κατά την πτώση του επενεργεί μόνο το βάρος του.

Δίνεται ότι:  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

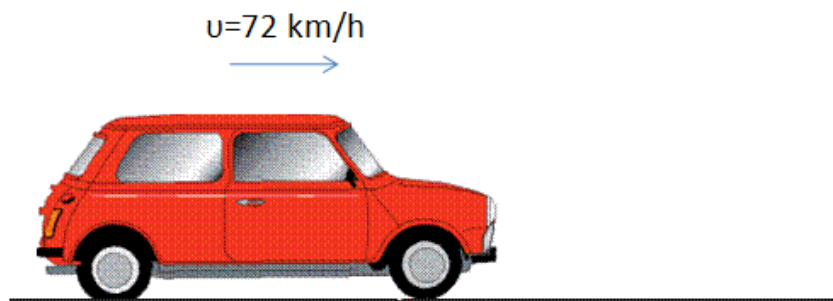
(Απ.  $\Delta U=75 \text{ J}$ )

6. Ένα αυτοκίνητο έχει μάζα  $m=1250 \text{ kg}$  και κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα  $v=72 \text{ km/h}$ . Η συνολική δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση του αυτοκινήτου είναι  $F_A=400 \text{ N}$ .

1) Να βρείτε την κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου.

2) Να βρείτε την ενέργεια που απαιτείται ώστε να διανύσει το αυτοκίνητο 2 km με την ταχύτητα αυτή.

3) Ένα λίτρο βενζίνης όταν καεί αποδίδει  $3 \cdot 10^7 \text{ J}$  και ο κινητήρας του αυτοκινήτου έχει απόδοση 30%. Να βρείτε πόση απόσταση διανύει το αυτοκίνητο κινούμενο με 72 km/h όταν καταναλώσει 2L βενζίνης.



(Απ. 1)  $K= 2.5 \cdot 10^5 \text{ J}$ , 2)  $W=8 \cdot 10^5 \text{ J}$ , 3)  $S=45 \text{ km}$ )

## ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ-ΣΥΝΕΧΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

### 1. Ηλεκτρικές Πηγές

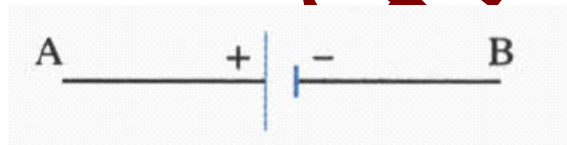
- Η ηλεκτρική πηγή δημιουργεί στα άκρα της διαφορά δυναμικού (τάση) και προσφέρει στο κύκλωμα την ενέργειά της.

→ Τα άκρα της πηγής ονομάζονται πόλοι της πηγής.

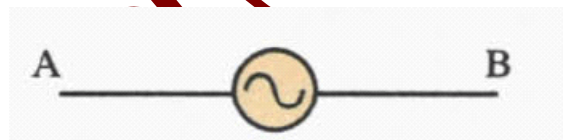
- Ο πόλος που βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό λέγεται **θετικός πόλος (+)**
- Ο πόλος που βρίσκεται σε χαμηλότερο δυναμικό λέγεται **αρνητικός πόλος (-)**

→ Υπάρχουν δύο είδη ηλεκτρικών πηγών:

- Πηγές συνεχούς τάσης στις οποίες ο θετικός και ο αρνητικός πόλος είναι καθορισμένοι.

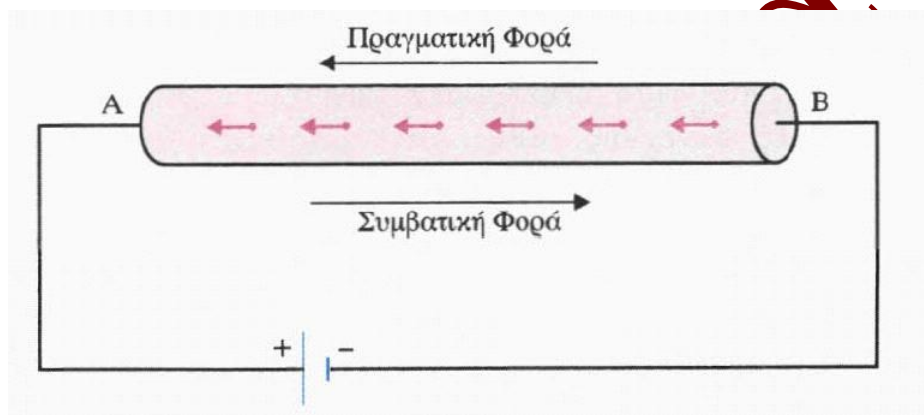


- Πηγές εναλλασσόμενης τάσης στις οποίες ο θετικός και ο αρνητικός πόλος εναλλάσσονται.



## 2. Ηλεκτρικό ρεύμα

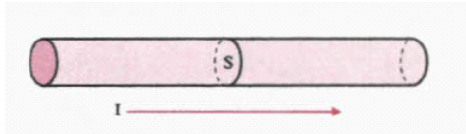
- Ηλεκτρικό ρεύμα ονομάζεται η προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.
- ✓ Η φορά κίνησης των ηλεκτρονίων λέγεται πραγματική φορά του ηλεκτρικού ρεύματος. Ωστόσο, έχει επικρατήσει να θεωρούμε ως φορά του ηλεκτρικού ρεύματος την αντίθετη από τη φορά κίνησης των ηλεκτρονίων, που λέγεται συμβατική φορά του ηλεκτρικού ρεύματος.



- Ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος

Στην περίπτωση του συνεχούς και χρονικά σταθερού ρεύματος ορίζουμε ως ένταση  $I$  του ηλεκτρικού ρεύματος, που διαρρέει έναν αγωγό, το μονόμετρο μέγεθος που έχει μέτρο ίσο με το πηλίκο του φορτίου  $q$ , που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο  $t$ , προς το χρόνο  $t$ .

$$I = \frac{q}{t}$$



→ Μονάδα μέτρησης της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο S.I. είναι το 1 A (Ampere), που είναι θεμελιώδης μονάδα.

$$1\text{A} = \frac{1\text{C}}{1\text{s}}$$

### 3. Κανόνες Kirchhoff

➤ 1<sup>ος</sup> Κανόνας Kirchhoff

→ Σε κάθε κόμβο κυκλώματος, το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων που εισέρχονται στον κόμβο ισούται με το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων που εξέρχονται από αυτόν.

➤ 2<sup>ος</sup> Κανόνας Kirchhoff

→ Κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής ενός κυκλώματος το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού είναι μηδέν.

### 4. Αντίσταση αγωγού-Νόμος Ohm

➤ Ως ηλεκτρική αντίσταση  $R$  ενός αγωγού ορίζουμε το πηλίκο της τάσης ( $V$ ) που εφαρμόζεται στα άκρα του προς την ένταση ( $I$ ) του ηλεκτρικού ρεύματος που τον διαρρέει, δηλαδή

$$R = \frac{V}{I}$$

→ Αντίσταση μεταλλικού αγωγού:  $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$

όπου  $\rho$  η ειδική αντίσταση του υλικού, που εξαρτάται από τη θερμοκρασία και μετριέται σε  $\Omega \cdot \text{m}$

$$\rho_{\theta} = \rho_0(1 + \alpha\theta)$$

$\rho_0$ : η ειδική αντίσταση στους  $0^{\circ} \text{C}$

$\theta$ : η θερμοκρασία σε  $^{\circ}\text{C}$

$\alpha$ : ο θερμοκός συντελεστής αντίστασης



## 5. Συνδεσμολογία αντιστάσεων

➤ Σύνδεση σε σειρά

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n \quad R_{ολ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$V_1 = IR_1 \quad V_2 = IR_2 \quad \dots \quad V_n = IR_n$$

$$V = IR_{ολ}$$

➤ Παράλληλη σύνδεση

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad I_2 = \frac{V}{R_2} \quad \dots \quad I_n = \frac{V}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$I = \frac{V}{R_{ολ}}$$

## 6. Ενέργεια & Ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος

- Η ηλεκτρική ενέργεια που απορροφά το τμήμα ενός κυκλώματος δίνεται από τον τύπο:

$$W_{\eta\lambda} = VI\Delta t$$

ή πιο απλά

$$W = VI t$$

- Ηλεκτρική ισχύς είναι ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας

$$P = \frac{W_{\eta\lambda}}{\Delta t} = \frac{VI\Delta t}{\Delta t} = VI$$

→ Η ηλεκτρική ισχύς μετριέται σε Watt (1W=1J/s)

- ✓ Προσοχή: Αν την ισχύ την μετράμε σε kW και τον χρόνο σε h (ώρες) τότε η ενέργεια θα μετριέται σε κιλοβατώρες (kWh).

→ 1 kWh=1 kW·1 h=10<sup>3</sup> W·3600 s=36·10<sup>5</sup> J

## 7. Νόμος του Joule

- Το ποσό της θερμότητας Q που εκλύεται σ' ένα μεταλλικό αγωγό σταθερής θερμοκρασίας είναι ανάλογο του τετραγώνου της έντασης I του ρεύματος που τον διαρρέει, ανάλογο της αντίστασής του R και ανάλογο του χρόνου t διέλευσης του ηλεκτρικού ρεύματος.

$$Q = I^2 R t$$

## 8. Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) πηγής

- Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής εκφράζει την ενέργεια ανά μονάδα ηλεκτρικού φορτίου που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα.

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q}$$

→ Η μονάδα της ΗΕΔ στο S.I. είναι το:  $1 \text{ Volt} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}}$  ή  $(1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}})$

- Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής δίνεται και από το πηλίκο της ισχύος  $P$ , που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα, προς την ένταση του ρεύματος  $I$  που διαρρέει το κύκλωμα.

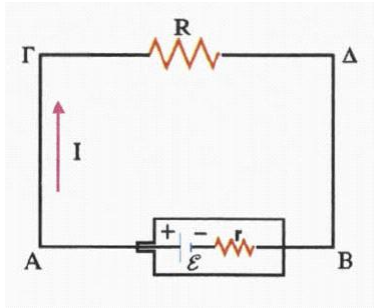
$$\mathcal{E} = \frac{P}{I}$$

## Εσωτερική αντίσταση πηγής

→ Η εσωτερική αντίσταση ( $r$ ) της πηγής εκφράζει τη δυσκολία, που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα, όταν διέρχεται μέσα από την πηγή.

- Σε κλειστό κύκλωμα, που αποτελείται από ηλεκτρική πηγή και ωμικές αντιστάσεις, η ένταση του ρεύματος  $I$  που διαρρέει το κύκλωμα είναι ίση με το πηλίκο της ΗΕΔ της πηγής προς την ολική αντίσταση του κυκλώματος.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{ολ}}}$$



➤ Τάση στους πόλους πηγής (πολική τάση)

→ Η τάση στους πόλους της πηγής (πολική τάση) είναι ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής ελαττωμένη κατά τον παράγοντα  $Ir$ , που λέγεται πτώση τάσης μέσα στην πηγή.

$$V_{\pi} = \mathcal{E} - I \cdot r$$

### 9. Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων κυκλώματος

➤ Στο νόμο του Ohm  $I=V/R$ ,  $V$  είναι η τάση στα άκρα της αντίστασης. Η τάση αυτή είναι πάντα θετική. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο άκρων μπορεί να είναι θετική ή αρνητική ανάλογα για ποια σημεία μιλάμε.



$$V_A - V_B = IR$$

ενώ

$$V_B - V_A = -IR$$

## 10. Πυκνωτής

- Ο πυκνωτής είναι μια δεξαμενή ηλεκτρικών φορτίων όπου μπορούμε να αποθηκεύσουμε ηλεκτρική ενέργεια.

- Χωρητικότητα πυκνωτή:  $C = \frac{q}{V}$

- Χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή όταν μεταξύ των οπλισμών του υπάρχει κενό ή αέρας:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{l}$$

όπου  $S$  το εμβαδόν των οπλισμών του,  $l$  η απόσταση μεταξύ των οπλισμών και  $\epsilon_0$  η διηλεκτρική σταθερά του κενού:

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

- Ενέργεια ενός φορτισμένου πυκνωτή:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qV$$

→ Όταν σε κλάδο κυκλώματος που τροφοδοτείται με συνεχές ρεύμα παρεμβάλλεται σε σειρά πυκνωτής, τότε ο πυκνωτής συμπεριφέρεται σαν ανοικτός διακόπτης, δηλαδή ο κλάδος αυτός δεν διαρρέεται από ρεύμα.

## 11. Αποδέκτες

- Αποδέκτες είναι οι συσκευές στις οποίες η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται κατά το μεγαλύτερο μέρος της σε ενέργεια άλλης μορφής διαφορετικής από θερμότητα.

→ Συντελεστής απόδοσης αποδέκτη ονομάζεται το πηλίκο της ωφέλιμης ισχύος (που δίνει ο αποδέκτης), προς τη δαπανώμενη ισχύ (που δίνουμε στον αποδέκτη).

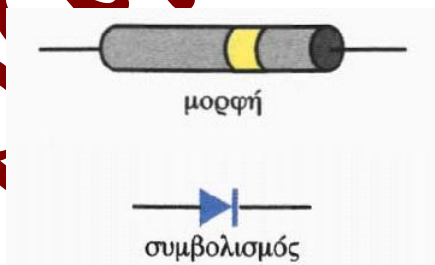
$$\alpha = \frac{P_{\omega\varphi}}{P_{\delta\alpha\pi}}$$

→ Απόδοση αποδέκτη ονομάζεται το:

$$\alpha\% = \alpha \cdot 100\% = \frac{P_{\omega\varphi}}{P_{\delta\alpha\pi}} \cdot 100\%$$

## 12. Δίοδος

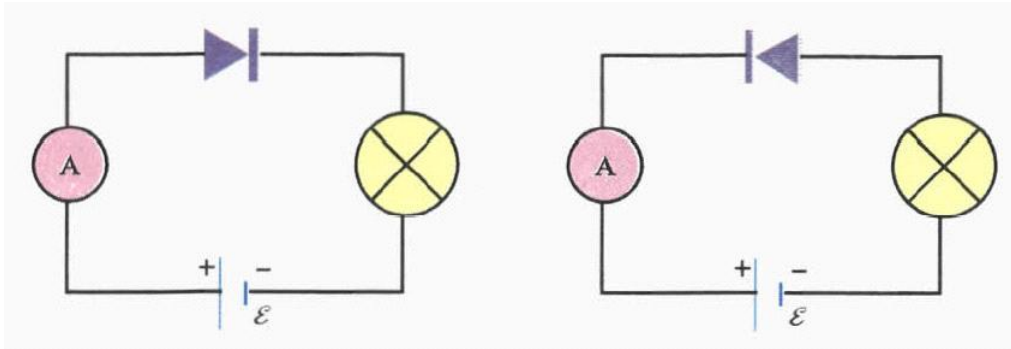
- Η δίοδος αποτελείται από δύο διαφορετικούς ημιαγωγούς που βρίσκονται σε επαφή.



- Το κύριο χαρακτηριστικό της διόδου είναι ότι είναι καλός αγωγός (άγει εύκολα), όταν η τάση στα άκρα της έχει συγκεκριμένη πολικότητα. Η τάση αυτή λέγεται τάση ορθής φοράς και λέμε ότι η δίοδος είναι ορθά πολωμένη. Αντίθετα όταν η δίοδος είναι ανάστροφα πολωμένη τότε δεν άγει και ο λαμπτήρας δεν φωτοβολεί.

Δίοδος ορθά πολωμένη

Δίοδος ανάστροφα πολωμένη



### Εφαρμογές της διόδου

- ✓ Προστασία συσκευής από λανθασμένη σύνδεση
- ✓ Προστασία συσκευής από 'διακοπή ρεύματος
- ✓ Η πύλη AND
- ✓ Η πύλη OR

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Να βρείτε την αντίσταση  $R$  ενός κυλινδρικού σύρματος από χαλκό μήκους  $10$  km και ακτίνας διατομής  $r = 2$  mm.

Δίνεται ότι η ειδική αντίσταση του χαλκού είναι:  $\rho_{\text{Cu}} = 1.72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ .

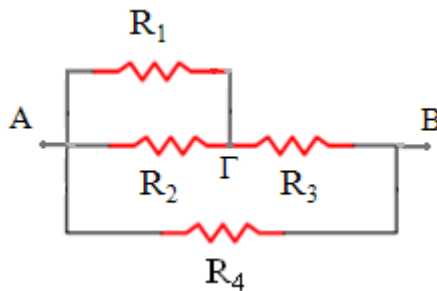
(Απ.  $R = \frac{43}{\pi} \Omega$ )

2. Ένα χάλκινο κυλινδρικό σύρμα έχει μήκος  $2$  km και εμβαδόν διατομής ίσο με  $S = 2 \text{ mm}^2$ . Τα άκρα του σύρματος συνδέονται με πηγή τάσης  $V = 34$  V. Να βρείτε τον αριθμό των ελεύθερων ηλεκτρονίων τα οποία περνούν από μια διατομή του σύρματος σε χρόνο  $\Delta t = 1$  min.

Δίνονται η ειδική αντίσταση του χαλκού  $\rho_{\text{Cu}} = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  και το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C.

(Απ.  $N = 75 \cdot 10^{19}$ )

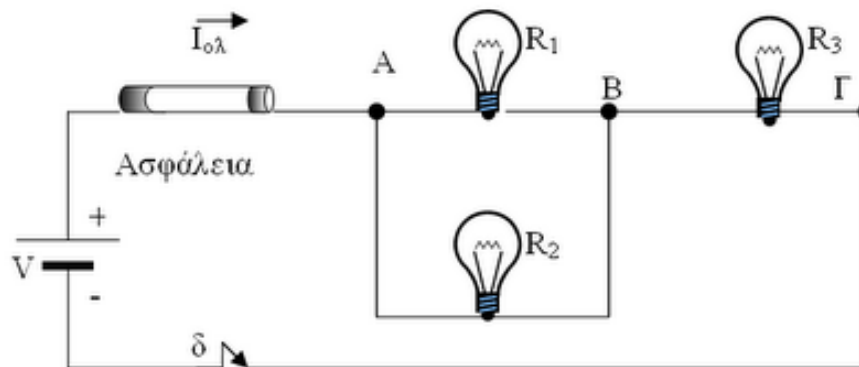
3. Αν στη συνδεσμολογία του σχήματος είναι  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$  και στα σημεία A και B εφαρμόσουμε τάση  $V$ , να βρείτε την ολική αντίσταση της συνδεσμολογίας.



(Απ.  $R_{\text{ολ}} = \frac{3R}{5}$ )



4. Στο κύκλωμα του σχήματος οι λαμπτήρες έχουν αντιστάσεις  $R_1=6\Omega$ ,  $R_2=3\Omega$  και  $R_3=6\Omega$ , και τροφοδοτούνται από πηγή τάσης  $V=32V$ .



Να βρείτε τα παρακάτω:

- 1) Ποια είναι η ολική αντίσταση του κυκλώματος;
- 2) Πόσα ampere το λιγότερο, πρέπει να είναι η ασφάλεια, ώστε το κύκλωμα να λειτουργεί κανονικά;
- 3) Οι λαμπτήρες 1 και 2 διαρρέονται από τα ρεύματα  $I_1$  και  $I_2$  αντίστοιχα. Ποιος από τους δύο λαμπτήρες διαρρέεται από περισσότερο ρεύμα και πόσο είναι αυτό;

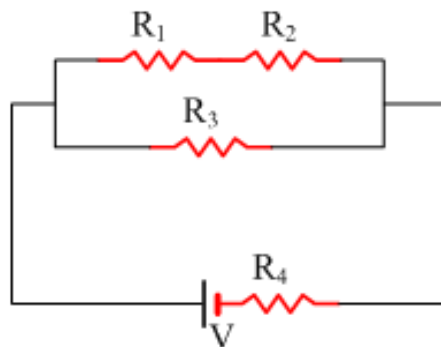
(Απ. 1)  $R_{ολ}=8\Omega$ , 2) 4 A, 3)  $I_1 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$  A,  $I_2 = \frac{8}{3}$  A)

5. Τρεις αντιστάτες με αντιστάσεις  $R_1=10\ \Omega$ ,  $R_2=20\ \Omega$  και  $R_3=30\ \Omega$  συνδέονται παράλληλα και στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται τάση  $V=120\ V$ . Να βρείτε:

- 1) Την ολική αντίσταση του κυκλώματος.
- 2) Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη.

(Απ. 1)  $R_{ολ} = \frac{60}{11}\ \Omega$ , 2)  $I_1=12\ A$ ,  $I_2=6\ A$ ,  $I_3=4\ A$ )

6. Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος δίνονται  $R_1=6\Omega$ ,  $R_2=4\Omega$ ,  $R_3=10\Omega$  και  $R_4=2\Omega$ .



1) Να βρείτε την ολική αντίσταση του κυκλώματος.

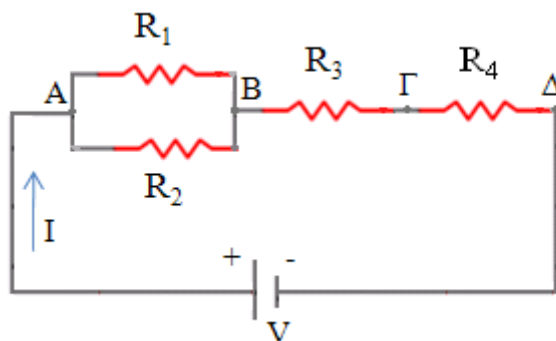
2) Αν η τάση στα άκρα της  $R_2$  είναι  $V_2=20V$ :

I. Ποια η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση  $R_3$ .

II. Να βρεθεί η τάση  $V$  της ηλεκτρικής πηγής.

(Απ. 1)  $R_{ολ}=7\Omega$ , 2) I.  $I_3=5\text{ A}$ , II.  $V=70\text{ V}$ )

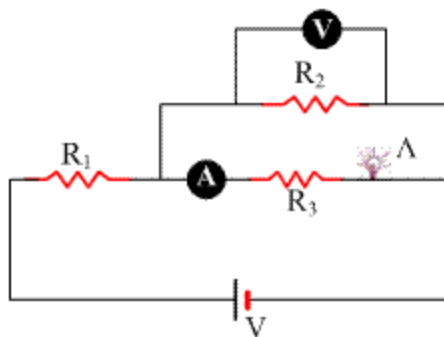
7. Αν στη συνδεσμολογία του παρακάτω σχήματος είναι γνωστό ότι:  $V=120\text{ V}$ ,  $I=2\text{ A}$ ,  $V_{B\Gamma}=40\text{ V}$ ,  $R_2=20\Omega$  και  $R_4=25\Omega$ , τότε να βρείτε τις αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_3$ .



(Απ.  $R_1=60\Omega$ ,  $R_3=20\Omega$ )

8. Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται  $R_1=8 \Omega$ ,  $R_2=15 \Omega$ ,  $R_3=4 \Omega$ , ενώ το αμπερόμετρο δείχνει ένδειξη  $3 \text{ A}$  και το βολτόμετρο  $30 \text{ V}$ .

Να θεωρήσετε ότι τα όργανα είναι ιδανικά.

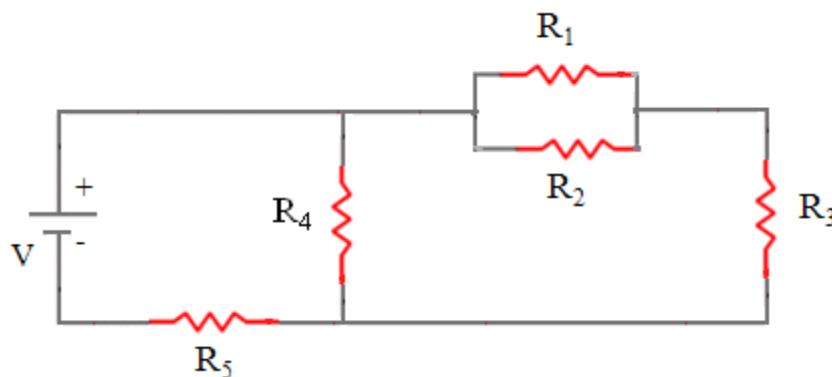


1) Να βρεθεί η αντίσταση του λαμπτήρα και η τάση της πηγής.

2) Ποια η ολική αντίσταση στο κύκλωμα;

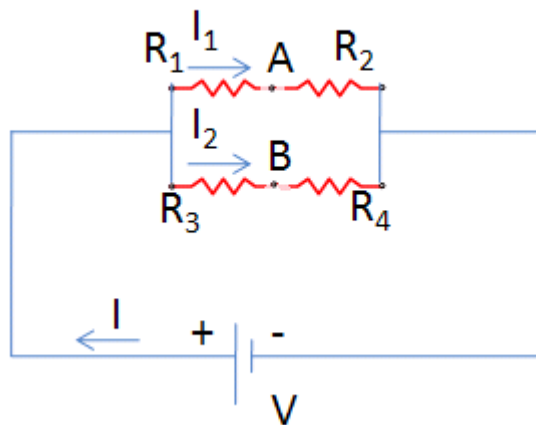
(Απ. 1)  $R_{\Lambda}=6\Omega$ ,  $V=70 \text{ V}$ , 2)  $R_{o\lambda}=14\Omega$ )

9. Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται:  $R_1=10 \Omega$ ,  $R_2=R_4=6 \Omega$ ,  $R_3=2.25 \Omega$  και  $R_5=3 \Omega$ . Να βρείτε την ολική αντίσταση του κυκλώματος.



(Απ.  $R_{o\lambda}=6 \Omega$ )

10. Για το παρακάτω κύκλωμα δίνονται:  $V=30\text{ V}$ ,  $R_1=2\ \Omega$ ,  $R_2=1\ \Omega$ ,  $R_3=5\ \Omega$  και  $R_4=10\ \Omega$ .



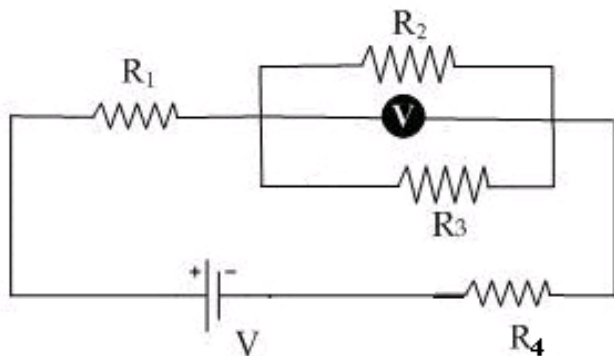
Να βρείτε τη διαφορά δυναμικού  $V_A-V_B$ .

(Απ.  $V_A-V_B = -10\text{ V}$ )

11. Να βρείτε σε πόσο χρόνο  $t$  μια λάμπα που έχει αντίσταση  $R=484\ \Omega$  και τάση λειτουργίας  $V=220\text{ V}$ , όταν λειτουργεί κανονικά, απορροφά ενέργεια ίση με μία κιλοβατώρα ( $1\text{ kWh}$ ).

(Απ.  $t=10\text{ h}$ )

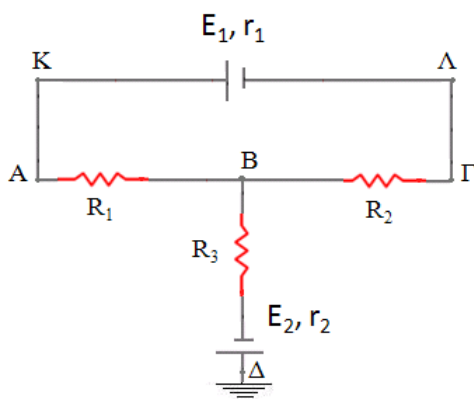
12. Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος δίνονται:  $R_1=7 \Omega$ ,  $R_2=10 \Omega$ ,  $R_3=5 \Omega$ ,  $R_4=6 \Omega$  και το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_2$  έχει ένταση  $I_2=1 \text{ A}$ .



Να βρείτε την ολική ισχύ που απορροφά το κύκλωμα.

(Απ.  $P_{ολ}=147 \text{ W}$ )

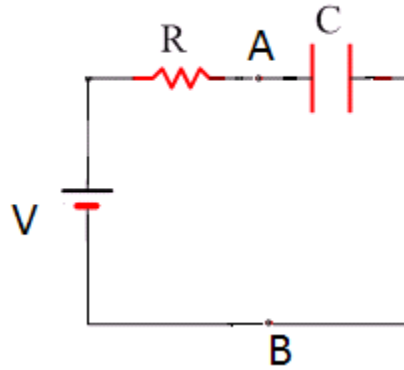
13. Για το παρακάτω κύκλωμα δίνονται:  $R_1=2 \Omega$ ,  $R_2=3 \Omega$ ,  $r_1=r_2=1 \Omega$ ,  $E_1=12 \text{ V}$ ,  $E_2=20 \text{ V}$ . Να βρεθούν τα δυναμικά των σημείων Α, Β, Γ, Δ.



(Απ.  $V_{\Delta}=0$ ,  $V_B=-20 \text{ V}$ ,  $V_A=-16 \text{ V}$ ,  $V_{\Gamma}=-26 \text{ V}$ )

14. Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος δίνονται:

$$V=100 \text{ V}, R=8 \text{ } \Omega \text{ και } C=3 \text{ } \mu\text{F}.$$



1) Να βρείτε το φορτίο  $q_1$  του πυκνωτή

2) Αν μεταξύ των σημείων A και B συνδεθεί αντιστάτης με αντίσταση  $R'=12 \text{ } \Omega$ , να βρείτε το νέο φορτίο  $q_2$  του πυκνωτή

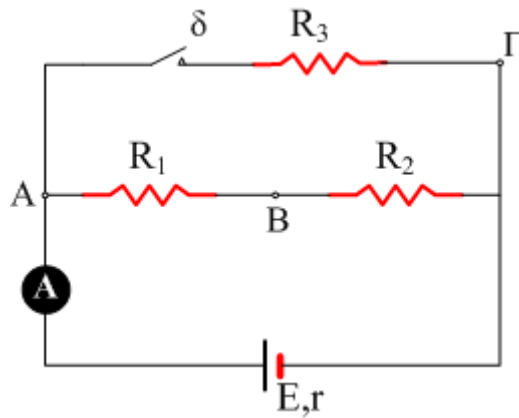
(Απ. 1)  $q_1 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ , 2)  $q_2 = 180 \text{ } \mu\text{C}$ )

15. Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  συνδέονται σε σειρά. Τροφοδοτούμε το σύστημα από τάση  $V$ . Η ισχύς που απορροφά κάθε αντιστάτης είναι  $P_1=60 \text{ W}$  και  $P_2=40 \text{ W}$  αντίστοιχα.

Στη συνέχεια οι δύο αντιστάτες συνδέονται παράλληλα και τροφοδοτούνται από την ίδια τάση  $V$ . Να βρείτε την ισχύ που απορροφά τότε κάθε αντιστάτης.

(Απ.  $P_1' = \frac{500}{3} \text{ W}$ ,  $P_2' = 250 \text{ W}$ )

16. Για το παρακάτω κύκλωμα δίνονται:  $E=40\text{V}$ ,  $r=2\Omega$ ,  $R_1=3\Omega$ ,  $R_2=5\Omega$ , το αμπερόμετρο είναι ιδανικό και ο διακόπτης  $\delta$  ανοικτός.



1) Να υπολογίσετε την τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος.

2) Να βρείτε την διαφορά δυναμικού  $V_B - V_\Gamma$ .

3) Αν κλείσουμε το διακόπτη  $\delta$  τότε:

I. Η ένδειξη του αμπερομέτρου θα:

α) θα αυξηθεί,      β) θα μειωθεί,      γ) παραμείνει σταθερή,

II. Η ΗΕΔ της πηγής θα :

α) θα αυξηθεί,      β) θα μειωθεί,      γ) παραμείνει σταθερή.

III. Η πολική τάση της πηγής θα:

α) θα αυξηθεί,      β) θα μειωθεί,      γ) παραμείνει σταθερή.

4) Αν χωρίς να κλείσουμε το διακόπτη συνδέαμε με σύρμα χωρίς αντίσταση τα σημεία B και Γ, ποια θα ήταν η ισχύς της γεννήτριας.

(Απ. 1)  $I=4\text{ A}$ , 2)  $V_{B\Gamma}=20\text{ V}$ , 3) I. α), II. γ), III. β), 4)  $P=320\text{ W}$ )